

TEKNILLINEN KORKEAKOULU
Sähkötekniikan osasto

Perttu Päiviö Puska

Suuritehoisen mikroaaltopulssin (HPM) synnyttäminen

Diplomityö, joka on jätetty opinnäytteenä tarkastettavaksi
diplomi-insinöörin tutkintoa varten Espoossa

Työn valvoja

Ismo Lindell

Työn ohjaaja

Leo Vaskelainen

19595
TKK SÄHKÖTEKNIIKAN
OSASTON KIRJASTO
OTAKAARI 5 A
02150 ESPOO

Tekijä: Perttu P. Puska

Työn nimi: Suuritehoisen mikroaaltopulssin (HPM) synnyttäminen

Päivämäärä:

Sivumäärä: 69

Osasto: Sähkötekniikan

Professuuri: Sähkömagnetiikka

Työn valvoja: Prof. Ismo V. Lindell

Työn ohjaaja: DI Leo Vaskelainen

Suuritehoisten mikroaaltopulssien synnyttäminen on uusi ja nopeasti kasvava tutkimusalue. Alueen tutkimus on hyvin pitkälle sotilaallista, sillä suuritehoista mikroaaltosäteilyä on ajateltu käytettävän elektroniikan vahingoittamiseen. Suuritehoinen mikroaaltolähde koostuu teholähteestä elektronisuihkun lähettäjästä, mikroaalto-ontelosta, jossa elektronisuihkun liike-energia muuttuu mikroaaltosäteilyksi ja antennista. Edellä mainitut osat saattavat poiketa huomattavasti perinteisestä radiotekniikasta. Hyvin suurien säteilytehojen kehittäminen edellyttää pulssimuotoista toimintaa, jolloin teholähteeltä vaaditaan nopeutta, suurta tehoa ja kenttäkäytössä myös pienikokoisuutta. Tällöin tavanomainen kondensaattoriteholähde on korvattava räjähteitä käytävällä magneettivuon säilymiseen perustuvalla teholähteellä.

AVAINSANAT: teholähde, magneettivuonpuristaja

Author: Perttu P. Puska

Name of the thesis: High-power microwave pulse generation

Date:

Number of pages: 69

Faculty: Electrical Engineering

Professorship: Electromagnetics

Supervisor: Prof. Ismo V. Lindell

Instructor: M.Sc. Leo Vaskelainen

High power microwave (HPM) pulse generation is a relatively new and rapidly expanding research area. The research emphasis is placed on the HPM technology's military applications, where directed energy is used to upset or burn out enemy radar, missiles etc. Basic components of a HPM generator are a power supply, electron beam generator, a cavity where the kinetic energy of electrons is transferred to microwaves, and an antenna. Owing to the limited use of traditional microwave design in HPM environment HPM generators have some unique features. Highest microwave powers are achieved when generator operates in the pulse mode. Requirements for short pulse duration, very high power, yet compactness are not met with conventional power supplies, capacitor banks. Therefore explosive driven magnetic flux compressors are used as HPM generator power supplies.

KEYWORDS: power supply, magnetic flux compressor

Alkulause

Suuritehoisten mikroaaltolähteiden tutkiminen alkoi osaltani vuoden 1994 keväällä, jolloin Leo Vaskelainen toimitti paksun nipun muutaman viime vuoden aikana kirjoitettuja yleistajuisia HPM-artikkeleita. Pääkysymyksenä useimpien artikkelien kohdalla oli, mitä ovat artikkelieissa esiteltyt räjähteitä hyödyntävät rakenteet ja kuinka ne liittyvät HPM-lähteisiin. Näiden tutkimuksessa olen saanut apua työn valvojalta, professori Ismo Lindelliltä, työn ohjaajalta DI Leo Vaskelaiselta, TkT Keijo Nikoskiselta, Ins Aarne Hummelholmilta, DI Mikko Flyktiltä, joille esitän suuret kiitokseni. Lisäksi haluaisin kiittää työn rahoittajia, Maanpuolustuksen Tieteellistä Neuvottelukuntaa ja Suomen Akatemiaa.

Alkulause

Suuritehoisen mikroaaltopulssien synnyttämisen tutkiminen alkoi osaltani vuoden 1994 keväällä, jolloin Leo Vaskelainen toimitti paksun nipun muutaman viime vuoden aikana kirjoitettuja yleistajuisia HPM-artikkeleita. Pääkysymyksenä useimpien artikkelien kohdalla oli, mitä olivat näissä artikkeleissa esiteltyt räjähteitä hyödyntävät rakenteet ja kuinka ne liittyvät HPM-lähteisiin. Tämän vyyhden aukikerimisessä olen saanut apua useiden keskustelejen muodossa työn valvojalta, professori Ismo Lindelliltä, työn ohjaajalta DI Leo Vaskelaiselta ja TkT Keijo Nikoskiselta, joille esitän suuret kiitokseni.

Sisältö

1	Johdanto	1
2	STM-lähteiden rakenne	4
2.1	Antennit	4
2.2	Elektronisuihkun muodostaminen ja mikroaalto-ontelo	6
2.2.1	Mikroaaltoputkien ominaisuuksista	7
2.3	Teholähteet	11
2.3.1	Magneettivuonpuristajan säteily	14
2.3.2	Mikroaaltoresonaattorin murskaaminen räjähteillä	17
3	Kineettisen energian muuntaminen säteilyksi	19
4	Magneettivuon säilyminen	22
4.1	Vuon täydellisen säilymisen teoria	22

SISÄLTÖ

II

4.2	Rajapinta-ehtojen hyödyntäminen ongelmassa	24
5	Tarkat vuon säilymisteoriat	28
5.1	Sylinterigeometria	29
5.1.1	Nopeusehto	33
5.1.2	Energian säilyminen	34
5.1.3	Differentiaaliyhtälösystemi	36
5.1.4	Saavutettavat virrat, energiat ja tehot	42
5.1.5	Huomioita ja rajoituksia	45
5.2	Tasogeometria	48
5.2.1	Rajapintaehdot	49
5.2.2	Paikallaan oleva taso	51
5.2.3	Liikkuva taso	53
5.2.4	Tasojen välinen ontelo	53
5.2.5	Magneettikentän ratkaisu potenssisarjalla	55
5.2.6	Magneettikentän ratkaisu integraalin avulla	56
5.2.7	Saavutettavat energiat	62

SISÄLTÖ	III
5.2.8 Huomioita ja rajoituksia	62
6 Johtopäätökset	65
A	67

Symboli- ja lyhenneluettelo

STM	suuritehoinen mikroaalto(säteily)
BWO	<i>backward wave oscillator</i>
TWT	<i>traveling wave tube</i>
RDG	<i>relativistic diffraction generator</i>
ECM	<i>electron cyclotron maser</i>
FEL	<i>free-electron laser</i>
MILO	<i>magnetically insulated line oscillator</i>
CARM	<i>cyclotron autoresonant maser</i>
DART	<i>double-anode relativistic tetrode</i>
E^*, B^*, \dots	Galilei-muunnettu kenttäsuure
$E', B' \dots$	liikkuvan väliaineen kenttäsuure
J'_s	liikkuvan rajapinnan pintavirta
ϱ'_s	liikkuvan rajapinnan pintavaraus
\mathbf{n}	reunan tai rajapinnan normaalivektori
$a(t), a$	säde tai etäisyys
a_0	$a(t = 0)$ alkusäde tai -etäisyys
v_0	alkunopeus
B_0, B_0	$B(t = 0), B(t = 0)$
d	sylinterin vaipan paksuus
h	sylinterin pituus
I_V	vaipassa kulkeva virta
dR	differentiaalinen vastus
σ'	jokin etäisyys välillä $0 \dots d$
σ''	sama kuin yllä
σ	johtavuus
δ	tunkeutumisvyvyys
δ_t	tunkeutumisvyvyys tavanomaisen tunkeutumis- syvyysteorian mukaan
δ_0	likiarvo tunkeutumisvyvyydelle
B	$B(t)/B(t = 0)$ tai $B_i(t)/B(t = 0)$, normalisoitu magneettivuon tiheys
\mathcal{X}	$a(t)/a_0$ normalisoitu säde tai etäisyys
Δ	δ/a_0 normalisoitu tunkeutumisvyvyys
τ_0	$\mu_0 \sigma a(t) \delta / 2$ kentän diffusoi- tumista vaippaan kuvaava ominainen aika
\mathcal{P}_J	Joule-häviöt
\mathcal{U}_V	vaipan sisäenergia

ξ	mekaanisen energian muuntohyötysuhde
η	$\frac{2\pi h B_0^2 a_0^2}{m\mu_0 v_0^2 \xi}$
β	sylinterin yhteydessä $\frac{1}{v_0 \mu_0 \sigma \delta}$, tason yhteydessä $\frac{4}{\sqrt{v\mu_0 \sigma a_0}}$
B_i	Indusoitunut magneettivuon tiheys
\mathcal{L}	Laplace-muunnoksen merkki
s	Laplace-muunnoksen muuttuja
$B_i, E \dots$	Laplace-muunnettuja suureita
N	Laplace-muunnettu \mathcal{B}
τ	integroitimuuttuja
s'	ψs
ψ	integroitimuuttuja
$U(t)$	yksikköaskelfunktio
ζ	$\beta(1 - \psi^{\frac{1}{2}} + z/\beta)/(2\sqrt{\psi})$

1

Johdanto

Sodan doktriini on olla olettamatta ettei vihollinen tule, ja luottaa omaan valmiuteensa kohdata hänet, olla uskomatta , ettei hän hyökkää ja tehdä itsestään voittamaton.

Sun Tzu, Sodankäynnin taito

Muutamien viime vuosien aikana on suuritehoisen sähkömagneettisen säteilyn kehittäminen muuttunut erityisen tärkeäksi tutkimusalueeksi. Tutkimuskohdeet ovat olleet esimerkiksi senkaltaisia kuin hiukkaskiihdyttimet, suuritehoiset tutkat, energian langaton siirto, plasman lämmittäminen ja suunnatun energian aseet. Tämän tutkimuksen pääasiallisena vaikuttimena on edellä mainittujen esimerkkien viimeinen vaihtoehto, sotilaallisen alueen sovellutukset. Suuritehoista sähkömagneettista säteilyä on ajateltu käytettävän vaurioittamaan vihollisen kalustoa, ja eräät tiedot vihjaisivat, että tällaista olisi käytetty jo sodankäynnissä: Persianlahden sodan aikana joidenkin yhdysvaltalaisen risteilyohjusten väitettiin kuljettaneen epätavanomaisia taistelukärkiä, joiden vaikutustapa perustuisi voimakkaaseen sähkömagneettiseen säteilyyn [1]. Kuitenkaan ajatus radiaaltojen käyttämisestä kaluston vahingoittamiseen ei ole kovin uusi, sillä tutkaakin alunperin ajateltiin käytettävän yhtäläillä vihollisen lentokoneiden tuhoamiseen kuin niiden sijainnin suuntimiseen [4, s. 83]. Sähkömagneettisen säteilyn tuhoava sotilaallinen käyttö on siten reilusti yli puoli vuosisataa vanha asia, mutta vasta 1980-luvun puolivälin tienoilla ilmestyi yleiseen kirjallisuuteen viitteitä aiheesta käynnissä olevista vakavastiotettavista tutkimuksista, [5], jonkin verran myöhemmin siis kuin sähkömagneettisen pulssin tutkimuksesta on ollut yleisölle saatavissa tietoja [3], tämä

on selitettävissä osittain siten, että Yhdysvaltojen SDI-ohjelma, joka oli huomattava alueen tutkimuksen rahoittaja, aloitettiin noihin aikoihin.

Sähkömagneettisen pulssin ja suuritehoisen sähkömagneettisen säteilyn tutkimusalueet ovat osittain päällekkäiset, mutta jälkimmäisen yleensä ajatellaan tarkoittavan korkeampia taajuuksia kuin EMP:n aiheuttaman säteilyn taajuuksia. Erityisesti kiinnostaa mikroaaltotaajuuksien alue, joka on niin keskeinen aihepiirissä, että se on saanut oman lyhenteensäkin, **High Power Microwave, HPM, SuuriTehoinen Mikroaalto(säteily)**¹. Alueen kiinnostavuus on ymmärrettävää, kun muistetaan, että mikroaaltotaajuinen säteily etenee ilmakehässä säätilasta juurikaan piittaamatta, päinvastoin kuin korkeammat taajuudet, lisäksi mikroaaltolaitteet ovat yleensä kooltaan kohtuullisia ja edelleen jos ajatellaan, että STM-kalustolla halutaan häiritä tai tuhota tyypillinen kohde, tutka-asema tai säteilyn avulla hakeutuva ohjus [11], voi olla edullista, että taajuus on kohteen mittojen tai herkkyyden mukaan viritetty. Ehkä tärkein syy tämän taajuuksialueen kiinnostavuuteen on kuitenkin mikroaallonpituuksien riittävä pienuus tunkeutua esimerkiksi tavanomaisen häiriö/EMP-suojauksen jättämien aukkojen läpi.

Yhtenä suuritehoisen mikroaaltosäteilyn tärkeimmistä käyttötavoista on pidetty ohjusten taistelukärkiin tai gravitaatiopommeihin sopivilla STM-lähteillä toteutettavaa ensi-iskua tai "matkalaukkupommien" kokoisilla STM-lähteillä tehtävää sabotaasia. Nämä ovat hyökkääjään aseita, joten maanpuolustuksen kannalta on tärkeää tutkia miten mahdollista tällaisten lähteiden rakentaminen on. Edellä mainitun kaltaisilla STM-lähteillä täytyy olla aivan erityisiä ominaisuuksia: Laitteistojen on pystyttävä varastoimaan pieneen tilaan suuri määrä energiaa ja toisaalta myös pystyttävä luovuttamaan energia hyvin nopeasti. Ensimmäinen vaatimus on ilmeinen ja jälkimmäinen on seurausta havainnosta, että äärimmäisiä tehoja voi saavuttaa vain pulssimuotoisella toiminnalla. Näiden vaatimuksien vuoksi kenttäkelpoisen STM-laitteiston kehittämisessä pienikokoinen ja suuritehoinen teholähde saa aivan keskeisen sijan. Tämän työn pääsisältönä onkin eräs erikoinen teholähderatkaisu, jota on ehdotettu käytettävän pientä kokoa vaativissa STM-sovellutuksissa. Neljäs ja viides luku esittelevät tämän ratkaisun teoreettiset taustat ja kappaleessa 2.3 annetaan esimerkkejä käytännön toteutuksista. Koska suuritehoisen mikroaaltosäteilyn synnyttämisen teknologiaa ei suomenkielellä ole juurikaan esitelty, tutustutaan toisessa luvussa STM-lähteiden yleisiin ominaisuuksiin ja rakenneosiin. Luku

¹Tämän työn kirjoittaja on todennäköisesti ensimmäinen joka kirjoittaa aiheesta suomeksi, joten kirjoittaja ehdottaa kotimaisessa käytössä HPM:n itsestäänselväksi vastineeksi lyhennettä STM.

kolme poikkeaa muusta työstä huomattavasti, sillä se on kirjoitettu niiden alkuperäisten keskustelujen perusteella, joita sähkömagneetiikan laboratoriossa STM-aiheesta käytiin. Kuudes eli viimeinen luku esittää luonnollisesti työn johtopäätökset.

2

STM-lähteiden rakenne

Suuritehoisen mikroaaltolaitteiston rakenne on yleisesti teholähde, elektronsuihkun lähde, ontelo, jossa mikroaallot muodostetaan ja vielä jonkinlainen antenni [12]. Jokainen näistä osasista poikkeaa melkoisesti tavallisen radiotekniikan vastaavista, ja erityisesti kahden ensimmäisen kohdalla on yleistajuisissa teknillissotilaallisissa julkaisuissa mielivaltaisuuksia. Seuraavassa onkin tarkoitus keskittyä edellä mainittuihin kohtiin, mutta tarkastellaan lyhykäisesti muitakin osasia.

2.1 Antennit

Antennit STM-laitteistoissa joutuvat täyttämään yleensä ainakin kaksi vaatimusta: Suuri läpilyöntikestävyys ja laajakaistaisuus. Ilman läpilyöntilujuus on kenttiä rajoittava tekijä kaikissa antennirakenteissa, mutta tämä rajoitus ei ole välttämättä ehdoton, sillä ilman ionisoituminen ei tapahdu äärettömän lyhyessä ajassa. Tällöin antennia olisi ehkä parempi syöttää pulssilla, jolloin joudutaan luonnollisesti vaatimaan, että antenni toimii riittävän laajalla kaistalla. Pulseja lähettävä STM-laitteisto on muidenkin syiden vuoksi helppo ratkaisu, sillä useimmat tehollähteet ja elektronsuihkun lähteet voivat toimia vain pulssimuotoisesti, kuten esimerkiksi vircator tai refleksitriodi ja vielä on selvää, että tehoja on mahdollista kasvattaa pulssimuotoisella signaa-

lilla suuremmiksi kuin jatkuvalla signaalilla. Tietenkään vain suuri säteilyteho ei riitä, vaan signaalin on kannettava riittävästi energiaa, ja rakennettaessa STM-lähteitä on harkittava minkälaisia kohteita vastaan näitä aiotaan käyttää (Elektroniikan vaurioitumisherkkyydestä erilaisilla tehoilla ja energioilla on runsaasti aineistoa, mainittakoon vaikka kotimainen tutkimus [13]).

Tärkeimpien STM-käyttöön ajateltujen antennityyppien ominaisuudet on luokiteltu seuraavassa, käsittely seurailee pääasiallisesti artikkelin [14] vastaavaa:

- Kartiomaista dipoli-antennia on käytetty transienttisäteilijänä ydinräjähdysten sähkömagneettista pulssia (NEMP) mallinnettaessa. Huono suuntaavuus rajoittaa tosin sen käyttöä.
Perinteisen Hertzin dipolin moderneja muunnoksia ei-aikaharmonisilla herätteillä (sovelluksina mm. impulssitutka) on tutkittu laajasti kirjassa [19], mutta esitetyjä rakenteita on lähinnä käytetty matalille taajuuksille viritettynä ja suuntaavuus on myös huono.
- Logperiodinen antenni ei laajakaistaisuudestaan [18] huolimatta ole erityisen suosittu STM-säteilijänä, koska antennin syöttäminen hyvin suuritehoisella pulssilla on ongelmallista.
- Rei'ittämällä aaltoputkea sopivasti voi rakentaa vaiheistettua ryhmää vastaavan suuntaavan rakenteen, mutta ongelmaksi muodostaa pienehkö teho jonka yksi aaltoputkeen tehty reikä voi säteillä, tämä on noin 1 MW luokkaa, jolloin STM-käytössä, jonka usein ymmärretään lähtevän 100 MW ylöspäin, joutuu aaltoputkeen tekemään jopa tuhansia reikiä. Tällaiset rakenteet eivät siten todennäköisesti ole käytännöllisiä suuntaavissa STM-antenneissa.
- Torviantenni sopii melko hyvin STM-säteilijäksi ja useista samanlaisista voi rakentaa helposti suuntaavan ryhmän. Aallonpituuksissa suuren apertuurin rakentaminen vaatii kuitenkin paljon elementtejä ryhmään.
- Dielektrinen linssiantenni keskittää säteen hyvin, käy hyvin transienttisäteilijäksi ks. erityisesti [17] ja toimii myös suuritehoisessa käytössä. Haittapuolena on, että suuren apertuurin muodostaminen vaatii useiden linssien ryhmän ja lisäksi linssi on melko kallis.
- Heijastinantennit ovat todennäköisesti parhaita STM-antenneja, ja niissä täyttyy suuntaavuuden, suuren tehon, transienttipulssien ja aallonpituuksissa suuren apertuurin vaatimukset. Heijastinantennien transient-

tikäytöstä on lisäksi kirjoitettu viime vuosina runsaasti (ks. esimerkiksi [15],[16]). Toteutuskelpoinen STM-antenni voisi olla apuheijastimella varustettu sivusta syötetty heijastinantenni on (offset-sytötetty Cassegrain-antenni), tällaisessa rakenteessa syöttö ei tukkeudu palaa- vasta signaalista ja lisäksi tällaista rakennetta voi ohjata mekaanisesti helpommin kuin muita heijastinrakenteita.

2.2 Elektronisuihkun muodostaminen ja mikroaalto-ontelo

Suurien säteilytehojen synnyttäminen voi tehokkaasti tapahtua ainoastaan voimakkaiden ja riittävän nopeiden (relativististen) elektronisuihkujen avulla, sillä kuten kappaleessa kolme todetaan, on kemiallisin menetelmin kiihdyttävien rakenteiden suora säteilyntuotto hyvin vähäistä. Elektrosuihkun elektronien kiihtyvyyttä muutetaan niin , että elektronit emittoivat säteilyä, tämä voi tapahtua kuten relativistisessa magnetronissa, jossa ulkopuolisella magneettikentällä ympyräradalle pakotettu elektroni joutuu muuttamaan koko ajan suuntakiihtyvyyttään ja emittoi siten säteilyä, joka kytkeytyy periodisesti ympyräradalle sijoitettujen onteloiresonaattoreiden ympyräradan suuntaisiin sähkökenttiin (jotka samalla kuljettavat elektroneja radallaan), tai kuten vircatorissa, *virtual cathode oscillator*:issa, jossa nopea ja voimakas elektronisuihku ohjataan vapaaseen tilaan, jossa näennäisen katodin muodostuminen tapahtuu, jolloin elektronien matka pysähtyy ja nämä alkavat palata takaisin anodille, ja tämä kiihtyvyyden muutos aiheuttaa säteilyä. Jotta myöhemmin tekstissa voitaisiin käsitellä systemaattisemmin näitä hyvin erilaisia rakenteita, luokitellaan STM-lähteet kolmeen luokkaan [10]:

- Vircatoria ja sen lähisukulaisia kutsutaan avaruusvaraus-laitteiksi(*space-charge-devices*), koska näissä elektronisuihkun virta ylittää avaruusvarauksen rajoittavan virran (*space-charge-limiting-current*). Kohdassa (2.2.1) tutustutaan paremmin näihin lupaaviin rakenteisiin.
- O-tyypin laitteet, joissa elektronit kulkevat keskittävän ulkopuolisen magneettikentän suuntaisesti. Tällaisia laitteita ovat muun muassa jo aikaisemmin mainittu relativistinen klystron, erilaiset Tserenkov-säteilyä hyödyntävät laitteet, kuten paluuaalto-oskillaattori 1. *backward wave*

oscillator, (BWO), kulkuaaltoputki l. *traveling wave tube* (TWT), relativistinen diffraktiogeneaattori l. *relativistic diffraction generator* (RDG), plasma-Tserenkov-maser, dielektrinen Tserenkov-maser, edellisistä hiukan poikkeava elektronisyklotronimaser l. ECM, jonka tunnetuin edustaja on gyrotron ja edellä luetelluista varsin paljon poikkeava vapaaelektronilaser l. *free-electron laser* (FEL). Joissain O-tyypin laitteissa on toiminnan kannalta on olennaista, että elektronin radalla on merkittävä keskittävää magnettikenttää vastaan oleva komponentti, kuten gyrotronissa ja vapaaelektronilaserissa.

- M-tyypin laitteet, joissa elektronit kulkevat kohtisuorasti ortogonaalisia sähkö- ja magneettikenttiä vastaan. Näiden laitteiden edustajia ovat jo esitetty relativistinen magnetron, magneettisesti itsensä anodista eristävää aaltojohto-oskillaattori l. *magnetically insulated line oscillator* (MILO),

Tämän luokituksen lisäksi laitteet voi jakaa hitaan ja nopean aallon rakenteisiin, hitaan aallon rakenteissa elektronien nopeus on suurempi kuin sähkömagneettisen säteilyn vaihenopeus, kulkuaaltoputki on yksi esimerkki tällaisesta rakenteesta. Vielä on kuitenkin olemassa mahdollisia STM-lähteitä, joita ei voi luokitella edellisen mukaan, tai jotka eivät perustu relativistisiin elektronisuihkuihin:

- Elektronisuihkun ja plasman vuorovaikutukseen perustuvat laitteet, joissa suihku ohjataan ionisoituun plasmaan ja mikroaallot syntyvät suihkun sironnasta plasman epähomogeenisuuksista, ks. esimerkiksi [20],[21].
- Suoraan signaalin kytkemiseen perustuvat laitteet. Tämä on uusi, lupaava STM-lähde, jossa hidasta pulssia katkotaan ja kytketään kuormaan nopealla kytkimellä - tämä on periaatteessa yksinkertaisin tapa synnyttää säteilyä. Kytkimet ovat usein nopeita valojohdavia puolijohdekytkimiä [22],[23] tai perinteisten mekaanisten kytkimien nopeita muunnoksia [24].

2.2.1 Mikroaaltoputkien ominaisuuksista

Vaikka tässä työssä ei ole mahdollista, eikä tarpeenkaan, käsitellä aikaisemmin luokiteltujen STM-putkien ominaisuuksia yksityiskohtaisesti, esitetään

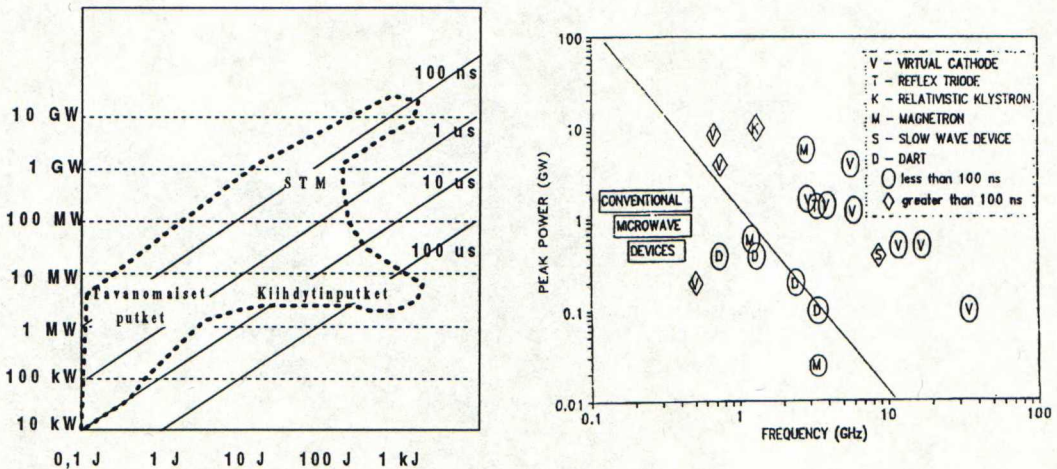
Lähde	Taajuus (GHz)	Hyötysuhde %	Rakenne	Kehitystas
Magnetron	1-9,kaistan leveys~ 1%	10-30	Yksinkertainen	Korkea
O-tyypin Tserenkov- laitteet	3-60, taajuus jonkin verran viritettävissä	10-50	Melko moni- mutkainen -hyvin monimutkainen	Korkea
Vircator	0,5-35, viritettävissä, laajakaistainen ~ 10% (perus) -19% (kehittynyt)	~ 1 (perus) ~ 10 (kehittynyt)	Yksinkertainen	Kohtalainen
Elektroni- syklotroni- maser	Gyrotronilla 5-300, korkeampi CARM:lla	n. 30	Melko monimutkainen	Gyrotronilla korkea, CARM:lla matala
FEL	8:sta ylöspäin, viritettävissä	≤ 35	Hyvin moni- mutkainen	Kohtuullisesta korkeaan
Relativistinen klystron	1-15	25-50	Melko monimutkainen -hyvin moni- mutkainen	Kohtuullinen

Table 2.1: Taulukko STM-lähteiden yleisistä ominaisuuksista (CARM=cyclotron autoresonant maser).

lyhykäisesti edellä mainittujen mikroaaltoputkien tärkeimpiä ominaisuuksia. Laajempaa yleissilmäystä toivova voi tutkia esimerkiksi J.Benfordin työtä [10] tai ensimmäistä alueelta ilmestynyttä yleistöstä, V.L Granatsteinin 1987 toimittamaa [9], lisäksi aivan uusia yleistöksiä ovat [25], ja [40].

STM-putkien yleisominaisuudet on esitetty taulukossa (2.2.1). Taulukon mukaan taajuusalueet olisivat laajoja, jopa lähelle valotaajuuksia (vapaaelektronilaser), mutta esimerkiksi magnetron, vircator ja relativistinen klystron toimivat suurilla tehoilla vain alle 10 GHz:n taajuuksilla. Hitaan aallon rakenteet ovat toimineet suurilla tehoilla aina 60 GHz:n taajuuksille asti. Gyrotronit pystyvät toimimaan suurilla tehoilla jopa alle senttimetrin aallonpituuksilla (tiedot on kerätty [10]:sta). Suurimmat pulssimuotoisesti säteilyt energiamäärät ovat tällä hetkellä noin 1000 J suuruisia, ja kuva (2.1), antaa karkean käsityksen energiamääristä. Ennätys saavutetuissa tehoissa ja

energiämääriissä muuttuvat koko ajan, joten ei ole järkevää esitellä luettelomaisesti, mihin erityyppiset STM-putket pystyvät, viimeisimmät uutiset voi tarkistaa vaikkapa *IEEE Transactions on Plasma Science*stä, joka on ehkä keskeisin STM-yhteisön julkaisu, lehti jopa julkaisee muutaman vuoden väliajoin erikoisnumeron aiheesta¹ [5],[6],[7]. Myös SPIE:n julkaisema *Proceedings of SPIE* on 80-luvun lopulta lähtien käsitellyt useassa erikoisnumerossa STM-lähteitä [27]-[31] ja koska näissä esitetty aineisto on kerätty aina konferensseista, saa julkaisusarjasta hyvän kuvan alueen uusimmasta tutkimuksesta.

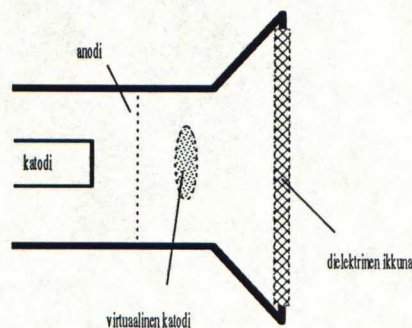


Kuva 2.1: Vasemmalla mikroaaltoputkilla saavutettavia tehoja ja energioita [10], oikealla tarkemmin muutamien keskeisten rakenteiden ominaisuuksia [33]. DART(=double-anode-relativistic tetrode) on vircatorin sukulainen.

Jos STM-lähteiltä vaaditaan suurien tehojen ja energioiden lisäksi vielä yksinkertaista rakennetta ja edullisuutta, jolloin lähde olisi sotilasteknisesti mielenkiintoinen, supistuu mahdollisten toteutustapojen määrä, esimerkiksi vapaaelektronilaserin toteutukset ovat yleensä hyvin suuria ja monimutkaisia [32, s. 7], koska tämä tarvitsee toimiakseen korkealaatuisen relativistisen elektronisuihkun ja kestopagneeteista tehdyn periodisen poikkeuttajan, joten vapaaelektronilaseria tuskin tavataan vaikkapa risteilyohjuksen taistelukärkeen sopivissa toteutuksissa. Sensijaan vircator sukulaisineen (*reditron*, refleksitriodi) on rakenteellisesti ja toimintaperiaatteellisesti yksinkertainen, ja muutamat kirjoittajat ovat pitäneet sitä parhaimpana ehdokkaana STM-aseiden lähteeksi

¹Vuonna 1994 olisi pitänyt ilmestyä viides erikoisnumero, mutta tämä on jostain syystä viivästynyt.

[12]. Vircatorin teoria on esitetty perusteellisesti V.L.Granatsteinin toimittamassa teoksessa [9], hyvät yleiskatsaukset ovat kirjassa [10] ja artikkelissa [33], joita seuraavassa noudatetaan. Vircatorin toiminta perustuu ilmiöön, joka tapahtuu kun elektronisuihku on niin voimakas, että sen elektronien liike-energia on pienempi kuin elektronisuihkun itsensä aiheuttama potentiaalienergia, ts. kun elektronisuihku ohjataan kiihdytinrakenteesta vapaaseen tilaan, jolloin elektronisuihkun voimakkuuden vuoksi kiihdytinrakenteesta tulevat elektronit kokevat edessään olevan suuren elektronimäärän potentiaalivallina. Kiihdytinrakenteesta tulevat elektronit joutuvat siis jarruttamaan edessä muodostuneen "näennäisen katodin" vuoksi, ja alkavat palata kiihdytinrakenteen anodille. Tällöin elektronien liiketilan muutoksen seurauksena saadaan säteilyä. Toisaalta nyt "näennäiselle katodille" pääsevä elektronisuihku vähenee, jolloin potentiaalivalli pienenee ja "näennäinen katodi" alkaa liikkua kohti kiihdytinrakenteen anodia. Tämän seurauksena vapaasen tilaan kiihdytinrakenteesta tuleva elektronisuihku voi vahvistua ja ilmiö pääsee uudestaan tapahtumaan. "Näennäinen katodi" liikkuu siten jollain tavalla periodisesti edestakaisin. Säteilyä syntyy siis myös "näennäisen katodin liikkumisesta" ja vircatorissa on siten kaksi säteilyn synnyttämismekanismia, joiden taajuudet ovat suurinpiirtein samoja. Vircator ei tarvitse resonaattorionteloja ja siten myös elektronisuihkun resonaattorionteloon keskittämiseen tarvittavia magneetteja, joten se on varsin sopiva sotilassovellutuksiin. Muina hyvinä ominaisuuksina ovat suuri tehontuotto ja viritettävyyys laajalla kaistalla, jälkimmäisen ominaisuuden hyödyllisyyttä vähentää rakenteen laajakaistaisuus, sillä vaikka vircator olisikin viritetty jollekin tietylle taajuudelle, ulottuu säteily siitä huolimatta laajalle kaistalle. Muina huonoina puolina voi mainita heikon hyötysuhteen, joka on muutaman prosentin luokkaa, ja kertakäyttöisyyden, sillä vircatorin anodi kuluu nopeasti käytössä vahvan elektronisuihkun kulkiessa sen läpi.



Kuva 2.2: Virtuaali-katodi-oskilaattorin vircator rakenne. Kuvan rakenne on yleisin, ja tätä kutsutaan axial-extraction-vircator:ksi.

Vircator ansaitsee vielä maininnan sen vuoksi, että kirjallisuudesta on tavattavissa mainintoja [35],[36],[37],[38] juuri tämän rakenteen käyttämisestä työn luvuissa neljä ja viisi käsiteltävien räjähteitä hyödyntävien pulssiteholähteiden syöttämänä.

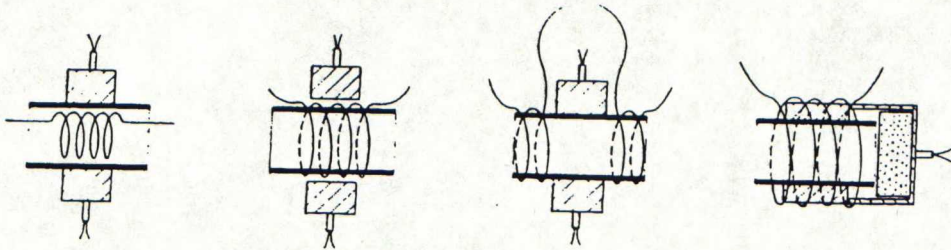
Muutkin STM-lähteet ovat myös houkuttelevia, ja näiden kehitystasetta arvosteluna käyttäen voi mahdollisia muita STM-asekandidaatteja luetella: Jo nyt kaupallisesti saatavissa tehokkaita pienehkoja relativistisia magnetroneja, joita käytetään muun muassa tutkittaessa suunnatun energian kenttäkäyttöä [39],[34], mikä sopiikin magnetronille hyvin, koska magnetronin avulla voi taata kokeiden toistettavuuden hyvin, sillä laite on jatkuvatoiminen eikä vaurioidu käytössä kuten vircator. Magnetron edustaa vanhinta mikroaaltotekniikkaa, joten ensimmäiset oikeasti käytettävät STM-aseet voivat perustua magnetroniin.

60-luvun lopussa venäläiset tutkijat kehittivät gyrotronin yhdistämällä magnetronin piirteitä omaavan elektronitykin elektronisyklotronimaseriin [40]. Gyrotronin suurtehokehitys lähti tuolloin käyntiin ja jotkut pitivät gyrotonia kymmenisen vuotta sitten lupaavimpana rakenteena [41]. Erityisesti venäläiset ovat työskennelleet kauan rakenteen parissa ja se saattaa siis pitkän kehityksensä vuoksi olla kenttäkelpoinen, ks. esim. Internatiol Journal of Electronics-lehden erikoisnumeroita gyrotronista ja amerikkalaisesta laitteen sotilastutkimuksesta [42].

2.3 Teholähteet

STM-lähteiden tehontarve on nimen mukaisesti suuri ja koska niiden toiminta on yleensä vielä aina pulssimuotoista, on tavallista käyttää teholähteenä suuria kondensaattoriryhmiä, kuten muillakin alueilla, joilla vastaavat nopeuden ja tehon vaatimukset ovat voimassa [43],[44]. Energian varastoiminen kondensaattoriin ei ole erityisen käytännöllistä kun tarvitaan samanaikaisesti suurta energiamäärää ja pientä kokoa, kuten kentällä käytettävältä kalustolta voi vaatia. Kondensaattoritekniikka tosin kehittyy koko ajan, esimerkiksi sähkömagneettisten tykkien teholähteiden kehitys vie kompaktia kapasitiivista energiantallennusta eteenpäin (tallennuskyky noin $50\text{kJ}/\text{m}^3 - 100\text{kJ}/\text{m}^3$ [45]), mutta kertaluokkien parannukset ovat hankalia perinteisellä pulssiteholähtetekniikalla. On siten tarpeen etsiä muitakin mahdollisuuksia: Räjähteillä on hyvin suuri energia/tilavuus-suhde, luokkaa $10\text{GJ}/\text{m}^3$ [46], joten luon-

nollinen seuraus tästä havainnosta on räjähteiden tutkiminen teholähteinä. Pulssiteholähteiksi ne sopivat luonnostaan. Räjähteiden energiaa voi muuntaa sähköiseksi energiaksi *magnetic flux compressor*:n, magneettivuonpuristajan² avulla. Tämä perustuu siihen, että kun johtavan ontelon, joka sulkee sisäänsä magneettikentän, tilavuutta aletaan muuttamaan, pyrkii tilavuuden vangittu magneettivuo pysymään samana, jolloin tilavuuden kutistuessa (kasvaessa) magneettikentän on kasvettava (vähennyttävä). Tilavuuden muuttamiseen käytetään räjähteitä, koska näillä saadaan riittävän suuria muutosnopeuksia, jotta magneettikenttä ei ehtisi "karkaamaan" diffusoitumalla ontelosta. Tällaisella menettelyllä voi kehittää hyvin suuria magneettikenttiä (jopa 1000 T [48]) ja hyvin suuria virtoja (jopa 30 MA [49]). Tyypilliset toiminta-ajat ovat luokkaa 0,1 – 100 μ s [96], [89].



Kuva 2.3: Yleisiä sylinterimäisiä tai kartiomaisia magneettivuonpuristajia. Kaksi vasemmanpuolisinta sopii hyvin kokeisiin, joissa alkukentän luomiseen ei ole käytettävissä kovin suuria kondensaattoryhmiä ja kenttä halutaan kuitenkin vahvistaa hyvin suureksi. Näillä on haittapuolena, että mustalla esitetty vaippa ei puristu kovin tasaisesti viivoitetulla esitetyn räjähteen vaikutuksesta. Kaksi oikeanpuolisinta taas puristavat vaippaa kartiomaisesti ja näillä saavutetaan hyvin tasainen vaipan murskautuminen. Häviöt näillä ovat kuitenkin suuremmat kuin vasemmanpuolisilla. Oikeanpuolisimmalla rakenteella T. Erber ja kumppanit saavuttivat 70-luvun alussa 300 T:n kenttiä, kun lähtökenttä oli 4 T. Räjähdettä oli 0,3 kg, rakenteen alkuhalkaisija oli 75 mm, metallivaipan korkeus 100 mm, huippukenttä saavutettiin n. 24 μ kuluttua kokeen alkamisesta [96].

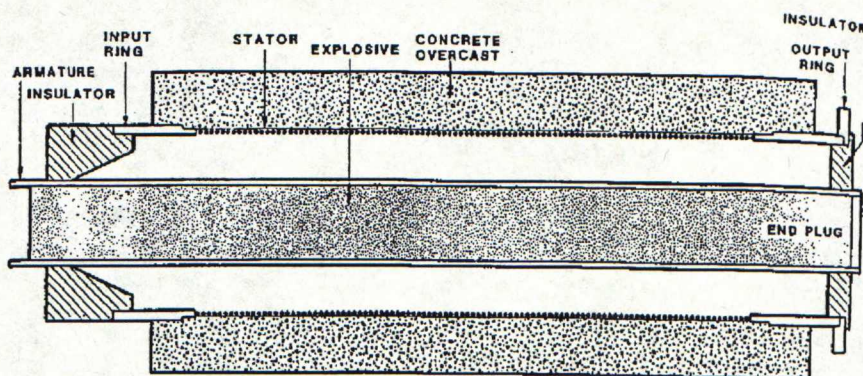
² muita nimiä tälle laitteelle ovat mm. *explosive flux compressor*, *magnetocumulative flux compressor*, *explosive magnetic oscillator*, *explosively-driven current generator*. Nimityskäytäntö ei ole vakiintunut vielä kirjallisuudessa. Koska taaskin kirjoittaja on ensimmäinen suomenkielinen aiheen kimpussa, käyttää kirjoittaja esikoisoikeuttaan, ja nimeää nämä (magneetti)vuonpuristajiksi.

Magneettivuonpuristajassa magneettivuon sulkevan ontelon tilavuus pienenee mutta tämä ei ole ainoa mahdollisuus, sillä magneettivuon sisältävän ontelon voi räjäyttää myös ulospäin -jolloin magneettikenttä tietysti heikkenee- mutta tämäkin muutos indusoi ontelon vaippaan sähkömotorisen voiman, jonka seurauksena virta alkaa kulkemaan vaipassa. Olisi ehkä yleisesti parempi puhua magneettivuonsäilyttäjistä kuin magneettivuonpuristajista, edellinen kuvaisi paremmin laitteen toimintamekanismia. Magneettivuonpuristajia (tai -säilyttäjiä) on kahta perustyyppiä:

- Sylinterimäiset tai kartiomaiset rakenteet, joita ensisijaisesti käytetään suurien magneettikenttien kehittämiseen. Sylinterimäisiä rakenteita tutkittiin aluksi eniten [76],[90], koska näissä räjähteiden energian muuntuminen sähköiseksi energiaksi oli tehokkainta. Kuvat (2.3) ja (2.4) esittelevät muutamia käytännön rakenteita.
- Tasomaiset rakenteet, joita yleensä käytetään virtapulssien kehittämiseen. Kiinnostus on viime vuosina siirtynyt enemmän tasomaisten vuonpuristajien puolelle [52], sillä nämä ovat yksinkertaisia ja saavuttavat suurempia virrantiheyksiä kuin sylinterimäiset rakenteet. Kuvat (2.5) ja (2.6) esittelevät näitä rakenteita.

Yleisesti saatavilla olevassa kirjallisuudessa ensimmäisen kerran magneettivuon puristamista räjähteiden avulla on tiettävästi ehdottanut Ia.P.Terletskii [47], mutta vuonna 1960 tuli länsimaiseen julkiseen kirjallisuuteen tieto, että Los Alamosissa oli jo jonkin aikaa C.M.Fowlerin johtama tutkimusryhmä tehnyt kokeita aiheen parissa [76]. Fowlerin ryhmä kokeili kuvan (2.3) ensimmäisen laitteen mukaista rakennetta. Myöhemmin kuusikymmenluvun puolivälissä paljastui, että myös venäläiset olivat samoihin aikoihin kuin Los Alamosin ryhmä aloittaneet kokeet magneettivuon puristumisella [90].Räjähtäviä magneettivuonpuristajia on tutkittu enimmäkseen suurissa aseteknologiaan suuntautuneissa laboratorioissa, joiden kokeista ei ole saatavissa kovin tarkkoja tietoja, mutta 70-luvun alussa T.Erber, H.G.Latal, J.E Kennedy ja S.M Prastein [85]- [89] toteuttivat "yliopistobudjetilla" koesarjan, joka on tämän kirjoittajan tietojen mukaan edelleenkin parhaiten kaikkien käsillä olevassa kirjallisuudessa dokumentoitu. Kuvan

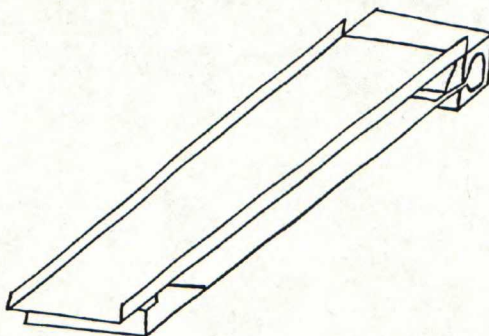
(2.3) oikeanpuolisin laite oli yksi kokeilluista.



Kuva 2.4: Sylinterimäinen magneettivuonpuristaja malli IX (mark IX). C.M Fowlerin ryhmän Los Alamosissa 80-luvun lopulla rakentama [49]. Kuvasta käy ilmi, että magneettivuonsäilyttäjissä käytetään joskus perinteistä sähkömoottoritermistöä: Laajeneva sisävaippa on armatuuri ja tätä ympäröivä solenoidi on staattori. Rakenteella saavutettiin huippuvirtoja (alkuvirta sulussa), 23,5 MA (0,46 MA) - 30 MA (0,413 MA), alkuvirta on saatu 35 nH - 56,4 nH Marx-kondensaattoriryhmästä. Huippuvirrat saavutettiin n. 200 μ s kuluttua kokeen alkamisesta. Magneettikentän huippuenergiat olivat 15,7 MJ. Tämän laitteen dimensiot ovat poikkeuksellisen suuret, armatuurin halkaisija on 17,3 cm, staattorin halkaisija on 35,6 cm ja pituus 111,8 cm, räjähteen pituus on 173 cm ja koko laite painaa 60 kg. Räjähdde on PBX 9501.

Magneettivuonpuristajalla aikaansaadut suuret virrat hyödynnetään niin, että ne syöttävät mikroaaltolähteen elektronisuihkua. Tällainen ratkaisu sopisi hyvin ohjusten taistelukärkiin ja gravitaatiopommeihin asennettaviin STM-laitteistoihin, joissa käyttö luonteenomaisesti rajoittuu yhteen kertaan. 80-luvun lopussa ja 90-luvun alussa on esitetty valmiita koelaitteistoja, joissa yhdistetään räjähtävä teholähde ja STM-laitteisto, katso esimerkiksi [35],[36],[37],[53],[54] (toisiksi viimeisessä lähteenä on paluuaaltoputki, viimeisessä MILO).

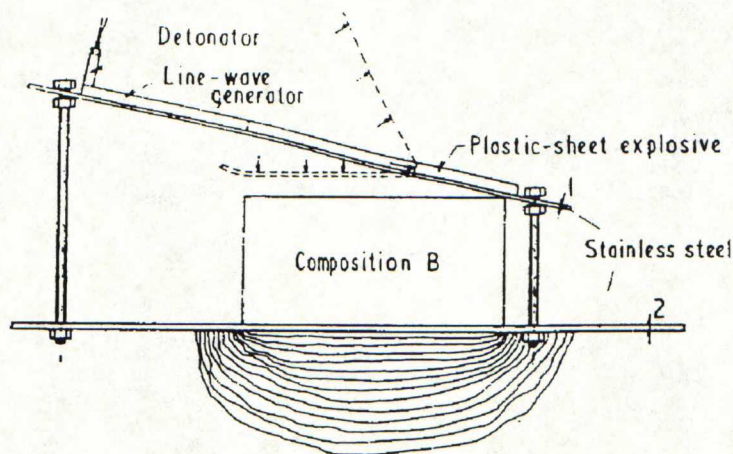
Kuva (2.7) esittää viitteen [35] laitteistoa.



Kuva 2.5: U.S Air Force Weapons Laboratory:n 80-luvun lopulla kokeilema tasomainen vuonpuristaja. Oikealla tason reunassa oleva yksikierroksinen kela on kuormainduktanssi. Räjähde on tason päällä, ja taso räjäytetään sisäänpäin vasemmalta lähtien. Tällä rakenteella saavutettiin virtoja 2210,0 kA - 10261 kA, kun lähtövirrat ovat olleet välillä 294 kA - 1100 kA. Virta saavutti huippuarvonsa n. 150-160 μ s:n kuluttua kokeen alkamisesta. Kuvan laitteistoa oli "harkittu kehittyneiden aseiden tehollähteeksi"[52] .

2.3.1 Magneettivuonpuristajan säteily

Monet yleisluonteiset sotilastekniikkaa esittelevät lehdet eivät tee selvää eroa suuritehoisten pulssien ja suuritehoisen sähkömagneettisen säteilyn synnyttämisen välillä. Huolimattomasti muutamia viime vuosina ilmestyneitä kansantajuisia lehtiartikkeleita lukien [2],[50],[51] saa sen kuvan, että räjähtäviä rakenteita itsessään käytettäisiin säteilevinä elementteinä. Useimmissa artikkeleissa ei ole erityisen tarkasti puututtu räjähtävän rakenteen toimintamekanismiin, mutta tämän raportin luvussa kolme osoitetaan, että tämä toimintamekanismi ei voi olla kapasitiivisen rakenteen murskaamiseen perustuva, ja tarkasti esimerkiksi aikaisemmin mainittuja artikkeleita tutkien, voi selvästi päätellä, että kuvattu räjähtävä rakenne on magneettivuonpuristaja. Tämän jälkeen on syytä tarkastella, voiko räjähteillä toimivaa magneettivuonpuristajaa itsessään käyttää säteilijänä: Säteily voi tapahtua johtavan vaipan läpi tai vaipan aukoista, joita rakenteeseen on pakko jättää. Kentät pääsevät säteilemään vaipan läpi kun vaipan paksuus on pienempi kuin tehollinen tunkeutumissyvyys [55]. Säteilyn taajuuskaista tyypillisillä murskautumisajoilla on Ponomarevin ja Nefedovin [56] mukaan kuitenkin melko pieni, välillä 0,1-100 MHz. Normaalikäytössä, kun vuonpuristaja toimii magneettikentän vahvisti-



Kuva 2.6: F.Herlachin ja H.Knoepfelin 60-luvun puolivälissä käyttämä magneettivuonpuristaja [96]. Ylimpänä oleva muoviräjähde lennättää katkoviivojen mukaisesti teräslevyn 1. kohti voimakkaampaa räjähdysainetta, kompositio B:tä, joka iskun vaikutuksesta syttyy ja lennättää teräslevyä 2. eteenpäin. Tällainen sytytystapa takaa tasaisen räjähdyskompositio B:ssä.

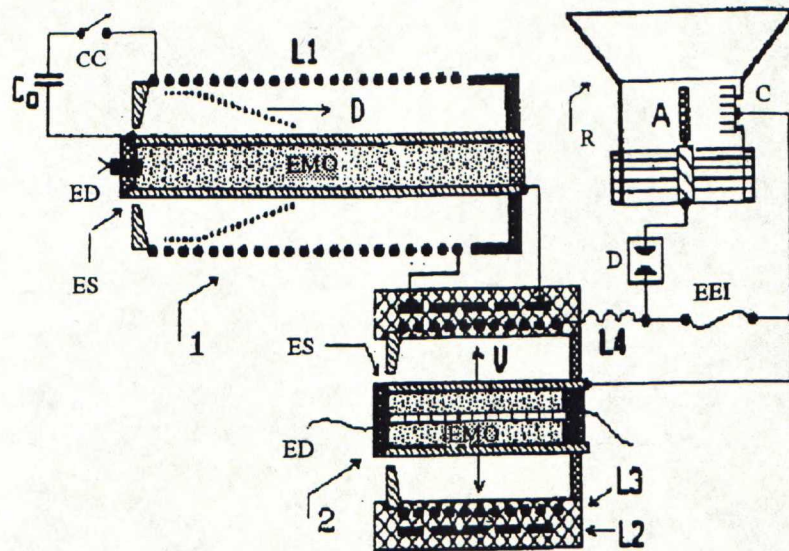
mena tai virtalähteenä, energian päästäminen karkuun säteilyn muodossa ei ole edullista, koska normaalitoiminnassa kentän on pysyttävä mahdollisimman hyvin keskittyneenä ontelon tilavuuteen.

Kesällä 1994 pidetyssä Euro Electromagnetics-konferenssissa mainitsivat venäläiset A.B.Prischepenko, V.V.kiseljov ja I.S.Kudimov esitelmässään kylläkin magneettivuon puristamista hyödyntävien laitteiden käytöstä radiotaajuisina, laajakaistaisina aseina [57], mutta kyseenomaisessa esitelmässä ei tarkemmin mainittu miten tätä ilmiötä hyödynnetään muutoin kuin jo esitetyllä tavalla - esityksessä mainitaan vain "että uusilla (säteilyn) synnyttämismenetelmillä on mahdollista kasvattaa SHF-energiaa 10 J/l asti, lisäksi tämä säteily on isotrooppista ja aallonpituudet ovat useiden dekadien suuruusalueella (10 - 100m)" Jos edellämainitussa esityksessä ei ole painovirheitä, mikä on huomattavan tyypillistä venäläisille konferenssipapereille, ovat taajuudet liian alhaisia mikroaaltoaseen luomiseen mutta toisaalta mainitut aallonpituudet sopivat räjähteillä synnyttävien pulssien nopeuteen, jotka kaikesta huolimatta ovat varsin hitaita (vertaa yllä esitettyyn tarkasteluun, joka perustui viitteeseen [56].) Konferenssipapereissa viitataan venäläisessä kirjallisuudessa esiintyneisiin magneettivuonpuristajiin, osa näistä oli tässä työssä käsiteltävän kaltaisia[58], osa toimi siten, että kiteistä, eristävää materiaalia olevassa tilavuudessa on alkumagneettivuo, jota lähdetään puristamaan räjähteillä aiheutetulla sokkiaallolla [59]. Tämä puristuminen tapahtuu sen vuoksi, että sok-

kiaalto muuttaa eristävän aineen johtavaksi edetessään. Tällainen rakenne ei kärsi murskautuvan ontelon metallivaipan kaltaisesta hydrodynaamisista epästabiiisuuksista [60]. Artikkelissa [59] lasketaan numeerisesti tällä tavalla säteilytyjä tehoja, mutta ei mainita taajuuksia.

2.3.2 Mikroaaltoresonaattorin murskaaminen räjähteillä

Räjähteitä voi hyödyntää myös puristamalla näiden avulla mikroaaltoresonaattori kokoon, jolloin resonaattorin kenttä kasvaa, kuten magneettivuonpuristajan tapauksessa. Ongelmaa on analysoinut eniten H.E.Wilhelm [61],[62], mutta toistaiseksi ei ole julkisessa kirjallisuudessa esiintynyt mainintoja idean käytännön toteutuksista.



Kuva 2.7: E.I. Azarkevichin ryhmän 80- ja 90-luvun vaihteessa kokeilema STM-laitteisto [35]. Vasemmalla ylhäällä oleva magneettivuonpuristaja L_1 alkukenttä muodostetaan purkamalla 5 kV:lla varattu $5 \cdot 10^{-4}$ F:n kondensaattori C_0 . Räjähdyksen vahvistaman virtapulssin energia 50 kJ syötetään kuormaan, jona toimii alempaa magneettivuonpuristajaa kiertävä solenoidi L_2 . Tämän vuonpuristajan akselilla oleva räjähdyspanoksen sytytys ajoitetaan niin, että kytkin ES sulkeutuu kun L_2 virta on huipussaan. Armatuurin laajeneminen räjähdys seurauksena supistaa tilavuutta V , jolloin L_2 sisällä olevan solenoidin L_3 ja armatuurin väliin jäävässä tilavuudessa ulkoisella solenoidilla L_2 "injektoitu" magneettikenttä kasvaa, jolloin myös solenoidin L_2 ja armatuurin muodostaman virtapiirin virta kasvaa. Virta kulkee kytkimen EEI ("electroexplosive-interrupter") kautta, joka on rakenteeltaan sellainen, että sen vastuksen kasvunopeus on suurin myöhemmän magneettivuonpuristajan toiminnan loppuhetkinä, jolloin EEI avaa virtapiirin ja ylijännite purkautuu välin D läpi viricatorin anodille, jolloin aikaisemmin kuvatus kaltaisesti viricator alkaa lähettämään mikroaaltosäteilyä. Tässä rakenteessa toisen vuonpuristajan tehtävänä ei varsinaisesti ole lisätä energiaa, vaan nopeuttaa energian luovutusta kuormana olevaan viricatoriin, jonka tyypillinen toiminta-aika on n. 100 ns, kun taas vuonpuristajasta suoraan saatavan virtapulssin kohoaminen viricatorin toiminnalle riittävälle tasolle vie kertaluokkaa enemmän aikaa. Lisäksi rakenteessa on vielä käytetty toiminnan nopeuttamiseen kytkintä EEI ja purkausväliä D . Rakenteesta saadun mikroaaltosäteilyn huipputeho oli 100 MW, kun signaalin kokonaispituus 100-200 ns ja taajuuskaista oli keskittynyt 3 GHz:n ympärille. Ensimmäisen vuonpuristajan räjähdde oli 0,7 kg.

3

Kineettisen energian muuntaminen säteilyksi

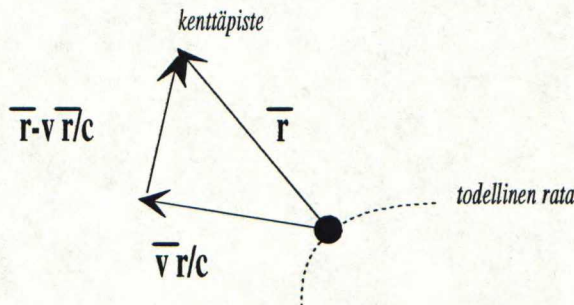
Osoitetaan seuraavassa, että kapasitiivisen rakenteen murskaaminen räjähteillä ei riitä tuottamaan STM-lähteitä varten tarvittavia tehoja, jolloin kirjallisuudessa esiintyvät manininnat räjähteitä käyttävistä lähteistä eivät voi tarkoittaa mitään muuta kuin magneettivuonpuristajia: Aloitetaan tarkastelemalla liikuvan varauksen lähettämää säteilyä, ja siirretään tämän jälkeen tulokset kondensaattoreihin aivan yksinkertaisesti olettamalla kondensaattorin varauksen keskittyneen yhteen pisteeseen, joka riittää, kun tarkastellaan säteilyä kaukana ja halutaan tutustua kertaluokkiin. Pistevarauksen aiheuttamien kenttien laskeminen on jokaisen pidemmälle ehtineen sähköfysiikan oppikirjan aiheita (esim. [94],[63]), joten käydään suoraan asiaan toteamalla, että standardimittely on johtaa \mathbf{E} (ja \mathbf{B}) Lienard-Wiechert-potentiaaleista:

$$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{s^3} \left(\mathbf{r} - \frac{r\mathbf{v}}{c} \right) \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) + \frac{1}{c^2 s^3} \left\{ \mathbf{r} \times \left[\left(\mathbf{r} - \frac{r\mathbf{v}}{c} \right) \times \dot{\mathbf{v}} \right] \right\} \right), \quad (3.1)$$

jossa viitteen [63] lukuja 19-20 noudatellen on merkitty $\dot{\mathbf{v}} = \frac{d^2}{dt^2} \mathbf{r}$, kun t' oli säteilypulssin lähtöhetki, ja $s = r - \frac{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{r})}{c}$. Kuvassa (3.1) on asian havainnollistamiseksi esitetty tilanne.

Tarkasteltaessa (3.1) huomataan, että oikean puolen ensimmäinen termi vastaa liikkuvaa staattisen varauksen kenttää, kun taas toinen termi on varsinainen

3. KINEETTISEN ENERGIAN MUUNTAMINEN SÄTEILYKSI 20



Kuva 3.1: Varauksen säteily.

säteilytermi

$$\mathbf{E}_{rad} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 s^3 c^2} \mathbf{r} \times \left[\left(\mathbf{r} - \frac{r\mathbf{v}}{c} \right) \times \dot{\mathbf{v}} \right], \quad (3.2)$$

jota voi edelleen yksinkertaistaa, kun $v \ll c$, tällöin $(\mathbf{r} - \frac{r\mathbf{v}}{c}) \approx \mathbf{r}$ ja $s \approx r$, joten

$$\mathbf{E}_{rad} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3 c^2} \mathbf{r} \times (\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{v}}), \quad (3.3)$$

ja

$$\mathbf{H}_{rad} = \frac{q}{4\pi c r^2} \dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{r}. \quad (3.4)$$

Joten

$$\mathbf{S} = \mathbf{E}_{rad} \times \mathbf{H}_{rad} = \left(\frac{q}{4\pi} \right)^2 \frac{1}{\epsilon_0} \frac{1}{c^3 r^5} \mathbf{r} \times (\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{v}}) \times (\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{r}), \quad (3.5)$$

ja edelleen r -säteisen pallon läpi säteilyteho

$$\begin{aligned} P &= \int_0^\pi \int_0^{2\pi} r d\theta r \sin \theta d\phi \mathbf{u}_r \cdot \left(\left(\frac{q}{4\pi} \right)^2 \frac{1}{\epsilon_0} \frac{1}{c^3 r^5} \mathbf{r} \times (\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{v}}) \times (\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{r}) \right), \\ &= \int_0^\pi \int_0^{2\pi} r^2 \sin \theta d\theta d\phi \left(\frac{q}{4\pi} \right)^2 \frac{1}{\epsilon_0} \frac{1}{c^3 r^5} r^3 (\mathbf{u}_r \times \dot{\mathbf{v}}) \cdot (\mathbf{u}_r \times \dot{\mathbf{v}}), \\ &= \int_0^\pi \int_0^{2\pi} r^2 \sin \theta d\theta d\phi \left(\frac{q}{4\pi} \right)^2 \frac{1}{\epsilon_0} \frac{1}{c^3 r^2} |\mathbf{u}_r \times \dot{\mathbf{v}}|^2 \end{aligned} \quad (3.6)$$

Valitaan $\dot{\mathbf{v}}$ z -akselin suuntaiseksi, jolloin

$$|\mathbf{u}_r \times \dot{\mathbf{v}}|^2 = |\dot{\mathbf{v}}|^2 \sin^2 \theta, \quad (3.7)$$

3. KINEETTISEN ENERGIAN MUUNTAMINEN SÄTEILYKSI 21

ja tehoksi saadaan

$$P = \frac{q^2 |\dot{\mathbf{v}}|^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \quad (3.8)$$

Tarkastellaan yksinkertaista tasokondensaattoria, jolla $A = 1 \text{ m}^2$ ja levyjen väli $d = 0,01 \text{ m}$ ja levyjen välissä on tyhjä. Tällöin $C = 8,85 \cdot 10^{-10} \text{ F}$ ja kun $U = 10 \text{ kV}$ on systeemiin varastoitunut energia alkutilanteessa

$$W_0 = \frac{C U^2}{2} = 0,04425 \text{ J}, \quad (3.9)$$

jolloin varaus $Q = 8,85 \cdot 10^{-6} \text{ C}$. Levyt vetävät toisiaan $4,425 \text{ N}$ voimalla. Jos levyn massa $m_0 = 1 \text{ kg}$ on levyn kiihtyvyys $|a| = 4,425 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, jolloin (3.8) mukaan $P = 3,4 \cdot 10^{-25} \text{ W}$. Tutkitaan siten tilannetta, jossa levyt ammutaan yhteen räjähdyspanoksella. Yksinkertaistetaan tilannetta vielä niin, että oletetaan levyjen nopeustilan muuttuvan kaksiosaisesti, aluksi lähtökiihdytys ja lopuksi törmäysjarrutus.

Tarkastellaan lähtökiihdytystä: Räjähdysaineella saavutetaan kaasujen nopeuksia $1\text{--}9 \text{ km/s}$, joten olkoon levyjen nopeus hetkeä ennen kohtaamista 1000 m/s ja tämän nopeuden saavuttamiseen käytetty aika $1 \mu\text{s}$. Oletetaan vielä, että tämä loppunopeus saavutetaan vakiokiihtyvyydellä. Tällöin (3.8) antaa $1,74 \cdot 10^{-17} \text{ W}$ tehoa. Jotta suuria tehoja saataisiin aikaan, täytyy systeemin kokonaisvarauksen olla epäkäytännöllisen suuri, vaikka kiihtyvyydet olisivatkin huomattavia. Säteiltyt tehot eivät ole merkittäviä erityisesti sen vuoksi, että kaavan (3.8) nimittäjässä esiintyy valon nopeus kolmanteen potenssiin korotettuna, johonka verrattuna isotkin osoittajan arvot ovat mitättömiä.

Törmäysjarrutuksen liiketila on vaikeammin arvioitavissa, ja liian yksinkertaisen mallin käyttäminen antaa väärän kuvan ilmiöstä, äärimmäisenä esimerkkinä voi pitää sitä, että levyt pysähtyvät äärettömän lyhyenä aikana - tällöin tehon spektri olisi äärettömän laaja, ja säteilty teho olisi myös äärettömän suuri. Tämä on ilmeisestikin epäfysikaalinen malli, ja todellisuudessa levyt jarruttavat äärellisenä aikana, koska levyt saattavat muotoutua törmäyksen vaikutuksesta, osa törmäysenergiasta kuluu levyjen lämmittämiseen jne., jolloin säteilyn teho ei aikaisemmassa kohdassa esitettyjen päätelmien vuoksi voi olla merkittävää.

4

Magneettivuon säilyminen

4.1 Vuon täydellisen säilymisen teoria

Magneettivuolle voi kirjoittaa

$$\Phi = \int_{S(t)} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}, \quad (4.1)$$

minkä aikaderivaatta on luonnollisesti muotoa

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{S(t)} \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{s}. \quad (4.2)$$

Yleisessä tapauksessa integrointipinta-ala on itsekin myös ajan funktio $S(t)$, joten aikadifferentointi on tehtävä on Helmholtzin kuljetusteoreeman avulla [66],[67], jolloin saadaan

$$\frac{d}{dt} \int_{S(t)} \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{s} = \quad (4.3)$$

$$\int_{S(t)} \left(\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{v} \nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) - \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)) \right) \cdot d\mathbf{s}, \quad (4.4)$$

kun \mathbf{v} kuvaa sitä nopeutta ja suuntaa johon integrointipinta-ala muuttuu. Edellisessä termin $\mathbf{v} \nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ voi heti asettaa nolaksi magneettivarausten

olemattomuuden perusteella¹, jolloin

$$\frac{d}{dt} \int_{S(t)} \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{s} = \int_{S(t)} \left(\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) - \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)) \right) \cdot d\mathbf{s}. \quad (4.5)$$

Integrandin ensimmäisen termin voi kirjoittaa Maxwellin yhtälöiden avulla:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}, \quad (4.6)$$

joten

$$\frac{d\Phi}{dt} = \int_{S(t)} (-\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t))) \cdot d\mathbf{s}, \quad (4.7)$$

Tässä ei ole ristiriitaa kaavan (4.6) integraaliesityksen kanssa [68]

$$\int_{S(t)} \nabla \times \mathbf{E}^* \cdot d\mathbf{S} = -\frac{\partial}{\partial t} \Phi, \quad (4.8)$$

koska integraaliesityksen sähkökenttä \mathbf{E}^* on esitetty liikkuvassa koordinaatistossa, ja tähtiyläindeksillä tarkoitetaan kenttää, joka on saatu aikaan Galilein muunnoksen avulla, ja indeksittömillä kentillä \mathbf{E} ja \mathbf{B} tarkoitetaan aina vastaisuudessa levossa olevan havainnoitsijan koordinaatistossa mitattuja kenttiä². Nyt integrandin kummassakin termissä tarjoutuu tilaisuus käyttää Stokesin lausetta:

$$\frac{d\Phi}{dt} = - \int_{S(t)} \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{s} - \int_{S(t)} \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)) \cdot d\mathbf{s} \quad (4.9)$$

$$= - \oint_{l(t)} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{l} - \oint_{l(t)} \mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{l}. \quad (4.10)$$

Tämän ensimmäinen termi on suoraan tunnistettavissa "tavalliseksi" smv:ksi, joka piiriin indusoituu magneettikentän muutoksen myötä. Toinen termi on seurausta ontelon mittasuhteiden ja geometrian muutoksesta. Yhtälö (4.10) on jatkossa esitettävien analyysien lähtökohta: Jos halutaan, että vuo Φ säilyy kaikissa tarkasteltavan tilavuuden muutoksissa, vaaditaan yhtälölle (4.10) ominaisuus

$$\frac{d\Phi}{dt} = 0. \quad (4.11)$$

Tämän yhtälön ratkaisujen hyödyllisiä ominaisuuksia tarkastellaan jatkossa. Tällöin nähdään, kuinka vuon täydellinen tai edes osittainenkin säilyminen aiheuttaa alkukenttien ja -virtojen vahvistumista. Tämä vahvistusominaisuutta hyödynnetään HPM-laitteistoissa toisen luvun esimerkkien mukaan.

¹Ts. $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$.

²Ks.liite A.

4.2 Rajapinta-ehtojen hyödyntäminen ongelmassa

Rajapintaehdot on tässä kohdin syytä ottaa tarkasteltavaksi: Ontelon seinämät liikkuvat tasaisella nopeudella \mathbf{v} , jolloin rajapintaehdoiksi liikkuvassa koordinaatistossa saadaan klassiset reunaehdot:

$$\mathbf{n}' \times (\mathbf{H}'_2 - \mathbf{H}'_1) = \mathbf{J}'_s, \quad (4.12)$$

$$\mathbf{n}' \times (\mathbf{E}'_2 - \mathbf{E}'_1) = 0, \quad (4.13)$$

$$\mathbf{n}' \cdot (\mathbf{D}'_2 - \mathbf{D}'_1) = \rho'_s, \quad (4.14)$$

$$\mathbf{n}' \cdot (\mathbf{B}'_2 - \mathbf{B}'_1) = 0, \quad (4.15)$$

joissa \mathbf{n}' esittää ontelon seinämää vastaan normaalisuuntaista yksikkövektoria, ja joissa heittomerkki on tarkoitettu erottamaan termit havaitsijan l. laboratoriokoordinaatiston termeistä. Kun rajapintaehdot palautetaan havaitsijan koordinaatistoon, saadaan [70],[71, s. 130], [69]³

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) + (\mathbf{n} \cdot \mathbf{v})(\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) = \mathbf{J}_s, \quad (4.16)$$

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{v})(\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) = 0, \quad (4.17)$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) = \rho_s, \quad (4.18)$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) = 0, \quad (4.19)$$

näistä (4.17) on erityisen kiinnostava, kerrotaan tätä vasemmalta $\mathbf{n} \times \bar{\mathbf{I}}$ -operaattorilla, jolloin saadaan

$$\begin{aligned} \mathbf{n} \times \mathbf{n} \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) - \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \cdot \mathbf{v})(\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) &= 0 \\ \mathbf{n} ((\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) \cdot \mathbf{n}) - (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) \mathbf{n} \cdot \mathbf{n} - \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \cdot \mathbf{v})(\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) &= 0. \end{aligned}$$

Jotta vuon puristusteorioiden tärkeimmät ominaisuudet saataisiin esiin, on järkevää tässä vaiheessa kiinnittää geometria niin, että $\mathbf{v} \parallel \mathbf{n}$, mikä esimerkiksi sylinterigeometriassa tarkoittaa, että ontelon vaipan sädettä muutetaan nopeudella $\mathbf{v} = v\mathbf{n} = v\mathbf{u}_\rho$. Saadaan siis

$$\mathbf{n} ((\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) \cdot \mathbf{n}) - (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) - \mathbf{v} \times (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) = 0. \quad (4.20)$$

Integroidaan nyt (4.20) ontelon reunakäyrän $l(t)$ yli, jolloin saadaan

$$\oint_{l(t)} \mathbf{n} ((\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) \cdot \mathbf{n}) \cdot d\mathbf{l} - \oint_{l(t)} (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) \cdot d\mathbf{l} - \oint_{l(t)} \mathbf{v} \times (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (4.21)$$

³Ks. erityisesti liite 1.

ja koska $\mathbf{n} \cdot d\mathbf{l} = 0$, ensimmäinen termi vasemmalla katoaa, ja valitaan vaikka $\mathbf{E}_2, \mathbf{B}_2$ ontelon vaipan kentiksi ja \mathbf{E}_1 ja \mathbf{B}_1 ontelon kentiksi, saadaan

$$\oint_{l(t)} \mathbf{E}_2 \cdot d\mathbf{l} + \oint_{l(t)} \mathbf{v} \times \mathbf{B}_2 \cdot d\mathbf{l} = \oint_{l(t)} \mathbf{E}_1 \cdot d\mathbf{l} + \oint_{l(t)} \mathbf{v} \times \mathbf{B}_1 \cdot d\mathbf{l}. \quad (4.22)$$

Jos vaippa on tehty täydellisestä johteesta, ei siinä ei voi esiintyä kenttiä, ja mikäli vaipan materiaalilla on äärellinen johtavuus, voi senkin saada käyttäytymään täydellisen johteen kaltaisesti, sillä jos hetkellä $t = 0$ vaipan kokoa tai muotoa aletaan muuttaa nopeudella \mathbf{v} , joka on niin suuri, että kentät eivät ehdi diffusoitumaan vaippaan, jolloin tämäkin vaippa käyttäytyy olennaisesti kuten täydellisestä johteesta tehty [87]. Äärellisen johtavuuden tapauksessa vaaditaan lisäksi, että kentät eivät ole ehtineet ennen vaipan koon ja muodon muutoksen alkamista diffusoitumaan vaippaan [98].

Edellämainituissa kummassakin tapauksessa $\mathbf{E}_2 = 0$ ja $\mathbf{B}_2 = 0$, jolloin (4.22) supistuu muotoon

$$\oint_{l(t)} \mathbf{E}_1 \cdot d\mathbf{l} + \oint_{l(t)} \mathbf{v} \times \mathbf{B}_1 \cdot d\mathbf{l} = 0, \quad (4.23)$$

mikä selvästikin on muotoa (4.10) $\frac{d}{dt}\Phi = 0$, eli magneettivuo säilyy ontelon vaipan muotoa ja kokoa muutettaessa. Saadan siten ratkaistavaksi tehtävä

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \int_{S(t)} \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{s} \quad \frac{d}{dt}\Phi(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (4.24)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t = 0) = \mathbf{B}_0 \quad \Phi(\mathbf{r}, t = 0) = \int_{S(t=0)} \mathbf{B}_0 \cdot d\mathbf{s} \quad (4.25)$$

Esimerkki täydellisestä vuon säilymisestä

Kaikkein yksinkertaisinpana esimerkkinä tarkastellaan tapausta, jossa ontelo on sylinterimäinen, ja ontelon säde a muuttuu ajaa myötä, eli $a = a(t)$ ja lisäksi $\mathbf{n} = -\mathbf{u}_\rho$. Sylinterissä on hetkellä $t = 0$, jolloin sylinteriä aletaan puristamaan kokoon, aksiaalinen magneettikenttä

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t = 0) = B_0 \mathbf{u}_z, \quad (4.26)$$

ja lisäksi oletetaan

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = B(t) \mathbf{u}_z, \quad (4.27)$$

jolloin sähkökentän ja magneettikentän väliselle suhteelle voi kirjoittaa

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho E_\varphi)}{\partial \rho} \mathbf{u}_z = -\frac{\partial}{\partial t} B(t) \mathbf{u}_z, \quad (4.28)$$

mistä sähkökentälle voi ratkaista

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E_\varphi \mathbf{u}_\varphi = -\frac{1}{2} \frac{\partial B(t)}{\partial t} \rho \mathbf{u}_\varphi, \quad (4.29)$$

Magneettikentän voi ratkaista rajapintaehdosta (4.17), jossa on nyt asetettu $\mathbf{E}_2 = 0$ ja $\mathbf{B}_2 = 0$, jolloin saadaan reunaehto

$$(\mathbf{n} \times \mathbf{E} - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}) \mathbf{B})|_{\rho=a(t)} = 0, \quad (4.30)$$

Sijoitetaan tähän (4.27) ja (4.29) jolloin saadaan ratkaistavaksi yhtälö

$$\left(\frac{1}{2} \frac{\partial B(t)}{\partial t} \rho \mathbf{u}_z + v B(t) \mathbf{u}_z \right) |_{\rho=a(t)} = 0, \quad (4.31)$$

missä on käytetty $\mathbf{n} \times \mathbf{u}_\varphi = -\mathbf{u}_\rho \cdot \mathbf{u}_\varphi = -\mathbf{u}_z$ ja $\mathbf{n} \cdot \mathbf{v} = -v$, kuten aikaisemminkin. Nyt v on kirjoitettava säteen $a(t)$ avulla $v = -D a(t)$ jolloin (4.31) muuttuu muotoon

$$\frac{1}{2} \frac{\partial B(t)}{\partial t} a(t) \mathbf{u}_z + \frac{\partial a(t)}{\partial t} B(t) \mathbf{u}_z = 0. \quad (4.32)$$

Tämän voi heti kirjoittaa muotoon

$$\frac{d \ln B(t)}{dt} \mathbf{u}_z = -2 \frac{d \ln a(t)}{dt} \mathbf{u}_z \quad (4.33)$$

ja kun $B(t=0) = B_0$, ja $a(t=0) = a_0$ jolloin ratkaisuksi saadaan

$$\mathbf{B}(\rho, t) = B_0 \frac{a_0^2}{a(t)^2} \mathbf{u}_z, \quad (4.34)$$

ja (4.29) avulla sähkökentälle saadaan

$$\mathbf{E}(\rho, t) = \frac{\partial a(t)}{\partial t} B_0 \frac{a_0^2}{a(t)^2} \frac{\rho}{a(t)}. \quad (4.35)$$

Koska magneettikentälle ei tässä tapauksessa sallittu paikkaan verranollisuutta (eli koska $\nabla \times \mathbf{B}(t)/\mu_0 = 0$), ja toisaalta $\nabla \times \mathbf{B}(t)/\mu_0 = \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D}$ täytyy asettaa $\frac{d}{dt} v = 0$ jolloin myös edellä mainitun Maxwellin yhtälön oikealla puolella oleva siirrosvirtatermi on varmasti nolla. Ratkaisujen (4.34)-(4.35) pätevyys on rajoitettu, sillä ratkaisut ovat erikoistapauksia yleisistä kvasistaattisista

ratkaisuista, jotka on saatu eliminoimalla \mathbf{E} yhtälöistä $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$, $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ ja asettamalla $c = (\sqrt{\mu_0 \epsilon_0})^{-1} \rightarrow \infty$, jolloin

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0, \quad (4.36)$$

ja koska $\mathbf{B}(\rho, t) = B(\rho, t)\mathbf{u}_z$ saadaan edellinen yhtälö muotoon

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial B}{\partial \rho} \right) \mathbf{u}_z = 0, \quad (4.37)$$

jonka yleinen ratkaisu $B(\rho, t) = F(t) \ln \rho + B(t)$, mutta koska fysikaalisesti on mahdotonta $B(\rho = 0, t) = 0$, joten logaritmifunktion sisältämä termi on jätettävä pois ratkaisusta, jolloin yleinen ratkaisu supistuu muotoon $B(\rho, t) = B(t)$, joka on äsken käsitellyn tapauksen ratkaisu.

Esimerkin ratkaisu ei ole kovin hyödyllinen, koska ratkaisu ennustaa äärettömän kentän sylinterin akselilla ja siten myös äärettömän virran vaippaan. Todellisuudessa häviöt rajoittavat kentät ja virrat johonkin maksimiarvoihin. Lisäksi ei saada mitään tietoa niistä ajoista, joissa hyödylliset ilmiöt tapahtuvat. Seuraavassa luvussa tarkastellaankin tarkempia malleja, joista on enemmän hyötyä insinöörityössä.

5

Tarkat vuon säilymisteoriat

Edellisessä luvussa käsiteltiin tapausta, jossa vaippa puristuu niin nopeasti kokoon niin nopeasti, että magneettikenttä ei ehdi diffusoitumaan vaippaan. Tarkassa käsittelyssä on kuitenkin huomioitava diffusoituminen ja vaipan äärellinen johtavuus. Pyritään tässä luvussa löytämään analyyttien ratkaisu kentille, joissa edellä mainitut tekijät on huomioitu.

Tarkastellaan ongelmaa kahdella erilaisella tavalla: Kappaleessa (5.1) tämä tapahtuu tutkimalla induktiolaista lähtien kenttien käyttäytymistä ja tuomalla lisätietoa piirin käyttäytymiseen energian virtaustarkastelujen avulla. Jälkimmäinen tekijä on tarpeen, koska Maxwellin yhtälöt (ja niistä johdettu induktiolaki) ei anna tietoa lähteen J käyttäytymisestä. Toinen tapa esitetään kappaleessa (5.2), jossa ratkaistaan diffuusioyhtälön avulla kentät ja virrat.

5.1 Sylinterigeometria

Tutkitaan induktiolain nimellä tunnettua Maxwellin yhtälön integraalimuotoa, jossa esiintyy magneettivuo:

$$\int_{l(t)} \mathbf{E}^* \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int_{S(t)} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s},^1 \quad (5.1)$$

Valitaan tarkasteltavaksi sylinterimäinen geometria, sylinterin säde $a(t)$ kuten edellisessä luvussa. Oletetaan lisäksi kentälle ontelossa $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = B(t)\mathbf{u}_z$, $\nabla \times \mathbf{B} = 0$ kuten edellisen luvun esimerkissä. Magneettikentän paikkainvarianttius ontelossa on merkittävä rajoitus, mutta käsittelyä ei voitaisi esittää seuraavassa analyttisesti, jos annettaisiin magneettikentän olla myös paikan funktio. Paikan myötä muuttuvan kentän ongelmaa on käsitelty useissa artikkeleissa muun muassa H.E. Wilhelm,[73],[74],[75], mutta näissä käsittelyissä on joko oletettu vaippa täydellisestä johteesta valmistetuksi tai ei ole huomioitu vaipan liiketilaa, kuten seuraavassa esityksessä tehdään.

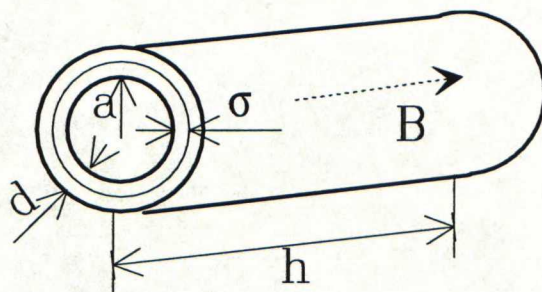
Tasomainen tapaus olisi myös helppo käsitellä, mutta käsitellään sylinterimäinen geometria ensiksi, koska tämä on helpoin mieltää suljetuksi virtapiiriksi. Kappaleessa (5.2) paneudutaan tasomaisen geometrian ratkaisuihin. Kaavan (5.1) vasemmalla puolella esiintyy nyt piiriin kokonaisuudessaan indusoituva smv, joka on seurausta sekä piirin geometrian että magneettikentän muutoksesta ja on suuri houkutus yrittää tulkita oikea puoli Kirchhoffin lakien mukaan vastuksen ja virran kertomaksi. Tähän tulkintaan päästään asettamalla

$$\int_{l(t)} \mathbf{E}^* \cdot d\mathbf{l} = \int_{a(t)}^{a(t)+d} J(\rho) dR, \quad (5.2)$$

missä R on painofunktio, joka on verrannollinen vaipan vastukseen, d on vaipan paksuus ja $\mathbf{J}(\rho) = J(\rho)\mathbf{u}_\varphi$.

Pintavirtaa $\mathbf{J}(\rho)$ ei kuitenkaan tunneta, eikä sille voi esittää riittävän tarkkaa

¹Kun $\mathbf{v} = 0$, $\rightarrow \mathbf{E}^* = \mathbf{E}$ ja kaava (5.1) on tällöin $\int_{C(t)} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \int_{S(t)} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$. Tässä on siten seurattu jo edellisessä luvussa esiteltyä merkintätapaa, joka ei johda mielivaltaisuuksiin, ks. [68].



Kuva 5.1: Tutkittavan tapauksen geometria ja tekstissä esiintyvät muuttujat mallia [72], joten voi ainoastaan todeta

$$I_V = h \int_{a(t)}^{a(t)+d} J(\rho) d\rho, \quad (5.3)$$

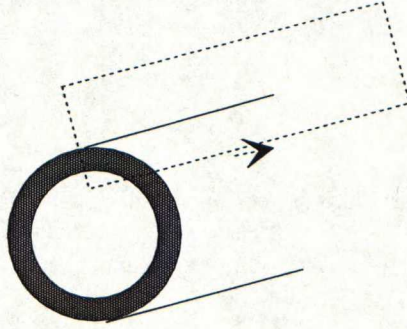
missä I_V on vaipan kokonaisvirta, h on vaipan pituus. Sylinterigeometria tarjoaa mahdollisuuden laskea virta I_V solenoidiapproksimaation avulla [79, s. 231]

$$I_V = \int_A \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s} = \int_0^h \int_{a(t)}^{a(t)+d} J(\rho) d\rho dz = \int_A \nabla \times \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \frac{B(t)}{\mu_0} h, \quad (5.4)$$

missä ala A ja reuna L on määritelty kuvassa(5.2).

Tähän asti on päästy, kun on oletettu

- virrantiheys vaipassa $j(\rho)$ on lineaarinen funktionaali vaippaan induoituneesta smv:stä, ja johtavuus on ajan suhteen vakio.
- siirrosvirtatermi $\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D}$ on pieni, eli vaipan säteen muutosnopeudet eivät ole lähellä valon nopeutta, jolloin solenoidiapproksimaatiossa (5.4) ei tarvitse huomioida siirrosvirtaa,
- magneettikenttä ja virrantiheys eivät muutu pituussuunnassa (sylinterin akselin suunnassa).



Kuva 5.2: Solenoidiapproksimaation integroimistie .

- virrantiheys vaipassa on positiivinen vähenevä funktio paikan ρ suhteen.

Kaavat (5.2) ja (5.3) voi em. oletusten seurauksena yhdistää käyttämällä Bonnetin odotusarvoteoremaa [78, s. 66], jolloin

$$\int_{a(t)}^{a(t)+d} J(\rho) dR = j(a(t)) \int_{a(t)}^{a(t)+\delta'} dR, \quad 0 \leq \delta' \leq d, \quad (5.5)$$

$$\int_{a(t)}^{a(t)+d} J(\rho) d\rho = j(a(t)) \delta'' \quad 0 \leq \delta'' \leq d, \quad (5.6)$$

joten näiden avulla saadaan

$$\int_{l(t)} \mathbf{E}^* \cdot d\mathbf{l} = I_V \left(\int_{a(t)}^{a(t)+\delta'} \frac{dR}{h\delta''} \right) \quad (5.7)$$

missä on vihdoon päästy muotoon, jossa suluissa oleva lauseke edustaa vastusta. Vastuksen määrittäminen tarkasti on hankalaa, mutta lähtöolettamuksena voi pitää

$$\int_{a(t)}^{a(t)+\delta'} \frac{dR}{h\delta''} = \frac{2\pi}{\sigma h \ln(1 + \delta/a(t))}, \quad (5.8)$$

joka on saatu ajattelemalla sylinterin vaipan vastuksen muodostuvan ontelon ja vaipan rajapinnalta alkavasta δ -paksuisesta alueesta, jonka johtavuus on σ . (5.8):n oikea puoli on saatu siten ratkaisemalla virtausstatiikan sylinteriprobleema [80, s. 143], jossa tosin virtojen ei sallita muuttuvan ajan funktiona,

mikä käsiteltävässä tapauksessa tietenkin tapahtuu. Tämän käytännön rajoituksia tutkitaan myöhemmin kohdassa (5.1.5). Vertailu koetuloksiin osoittaa kuitenkin, että parametrit σ ja δ ovat likimäärin samat kuin vaipan todellinen johtavuus ja tunkeutumisvyvyys [72]. δ :n suuruuden ja tunkeutumisvyvyyden δ_t välistä suhdetta voi arvioida tavanomaisen tunkeutumisvyvysteorian [79] avulla

$$\delta_t = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0\sigma}}, \quad (5.9)$$

Ensimmäisenä likiarvona voi esittää

$$\delta_0 \approx \sqrt{\frac{a_0}{\pi\mu_0\nu_0}}, \quad (5.10)$$

jos ajatellaan järjestelmälle ominaisen aikavakion olevan a_0/ν_0 , jolloin voi tunnistaa taajuuden $\omega = 2\pi\nu_0/a_0$. Tunkeutumisvyvyyden määrittely vaipan ollessa loppuvaiheessa puristumassa kokoon on vaikeaa, koska tällöin kenttä on suurin, ja lopputilan ilmiöiden arvioiminen on yleisesti vaikeaa. Tunkeutumisvyvyys lienee siten jotain välillä $\delta_0 \dots d$. Viitteessä [72] arvioidaan $\delta = \min[\nu\delta_0, d]$, jossa ν on kokeiden avulla pääteltävä parametri. Pienimmän arvon hakemista perustellaan sillä, että virran on joka tapauksessa ahtauduttava tähän dimensioon. [89] esittää kokeiden perusteella ν :n olevan loppuvaiheessa $1,5 \dots 2,5$. [82] suosittaa myös edelläkuvattua tehollisen johtavuuden käyttämistä.

Näiden valmistelujen jälkeen voi kirjoittaa kaavan (5.7) vasemman puolen auki:

$$\int_{l(t)} \mathbf{E}^* \cdot d\mathbf{l} = I_V \left(\frac{2\pi}{\sigma h \ln(1 + \delta/a(t))} \right) = \frac{B(t)}{\mu} \left(\frac{2\pi}{\sigma \ln(1 + \delta/a(t))} \right), \quad (5.11)$$

ja oikean puolen

$$-\frac{d}{dt} \int_{s(t)} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = - \int_{s(t)} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} + \oint_{l(t)} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} \quad (5.12)$$

$$= -\pi a(t)^2 \frac{\partial B(t)}{\partial t} - 2\pi a(t) B(t) \frac{\partial a(t)}{\partial t}, \quad (5.13)$$

Kun (5.11) ja (5.13) asetetaan yhtäsuuriksi, saadaan ratkaistavaksi yhtälö

$$\frac{1}{B(t)} \frac{\partial B(t)}{\partial t} + 2 \frac{1}{a(t)} \frac{\partial a(t)}{\partial t} + \frac{2}{\mu_0 a(t)^2 \sigma \ln(1 + \delta/a(t))} = 0. \quad (5.14)$$

Tämän voi kirjoittaa myös muotoon

$$\frac{d}{dt}(\ln B(t)) + 2\frac{d}{dt}(\ln a(t)) + \frac{2}{\mu_0 a(t)^2 \sigma \ln(1 + \delta/a(t))} = 0, \quad (5.15)$$

mikä muistuttaa selvästikin edellisen luvun esimerkin tapausta, nyt vain vaipan äärellinen johtavuus on tuonut yhtälöön yhden lisätermin. Nyt on fyysikaalisesti mielekkäämpää käsitellä kenttien suhdelukuja, kuin absoluuttisia kenttiä, joten kirjoitetaan (5.15) muotoon

$$\frac{d \ln \mathcal{B}}{d\mathcal{T}} + 2\frac{d \ln \mathcal{X}}{d\mathcal{T}} + \frac{2}{v_0 \mu_0 \mathcal{X}^2 a_0 \sigma \ln(1 + \Delta/\mathcal{X})} = 0, \quad (5.16)$$

missä $\mathcal{B} = B/B_0$, $\mathcal{X} = a/a_0$, $\mathcal{T} = t(v_0/a_0)$ ja $\Delta = \delta/a_0$, kun $B_0 = B(t=0)$ ja $a_0 = a(t=0)$.

5.1.1 Nopeusehto

Muodosta (5.15) havaitaan, että kenttä \mathbf{B} kasvaa niin kauan kuin derivaatta on positiivinen. (5.15):sta saadaan siten ehto kentän vahvistumiselle:

$$\frac{1}{\mu_0 a(t)^2 \sigma \ln(1 + \delta/a(t))} < -\frac{\partial a(t)}{\partial t}, \quad (5.17)$$

Olettamalla δ aina paljon pienemmäksi kuin a , voi logaritmfunktiolle tehdä Taylorin sarjakehitelmän, josta huomioidaan vain ensimmäinen termi, jolloin (5.17) saadaan muotoon

$$\frac{1}{\tau_0} a(t) < -\frac{\partial a(t)}{\partial t} = -v(t), \quad (5.18)$$

missä $\tau_0 = \mu_0 \sigma a \delta / 2$ on kentän diffusoitumista vaippaan kuvaava karakteristinen aika. Nyt $a(t) \approx \sqrt{S(t)}$, jossa $S(t)$ on vaipan poikkipinta-ala. Näin saadaan selville alaraja vaipan kokoonpuristumisen nopeudelle, jossa kenttä \mathbf{B} vahvistuu, kun vaippa on tehty äärellisesti johtavasta materiaalista:

$$v \simeq \frac{|\sqrt{S(t=0)} - \sqrt{S(t=t_{lop})}|}{\tau_0} \quad (5.19)$$

missä $t = t_{lop}$ on kokoonpuristumisen loppuhetki. Nopeuden suuruusluokkia voi heti tarkastella: Jos oletetaan johtavuuden ja kentän tunkeutumisyyvyyden σ pysyvän vakioina vaipan kokoonpuristumisen aikana, saadaan esimerkiksi arvoilla $\sigma = 1 \text{ mm}$ ja $a(t=0) = 10 \text{ cm}$, $a(t=t_{lop}) \approx 0 \text{ cm}$ pienimmäksi

nopeudeksi v , jolla kenttä \mathbf{B} vahvistuu n. 50 m/s, ja esimerkiksi [72] mainitsee tyypilliseksi alarajanopeudeksi n. 300 m/s. Tällaisia nopeuksia saavutetaan helpoiten räjähteillä, mikä useimpien lähteiden mukaan onkin käytäntö [76],[72],[77].

5.1.2 Energian säilyminen

Kuten luvun alussa todettiin, (5.19) ei anna kaikkea tarvittavaa tietoa kentän \mathbf{B} ratkaisemiseksi, vaan ongelmaan on tuotava lisätietoa. Tämä tapahtuu energian virtaustarkastelujen avulla [72, s. 1086-1088]. Vaipan liike-energian \mathcal{E}_{kin} muutoksen täytyy vastata sähkömagneettisen energian muutosta, Joulehäviöitä ja lisäksi vaipan sisäenergian \mathcal{U}_V muutosta. Kuvataan em. energian muutoksia yhtälöllä:

$$\frac{d\mathcal{E}_{kin}}{dt} = \frac{d\mathcal{E}_{smg}}{dt} + \mathcal{P}_J + \frac{d\mathcal{U}_V}{dt}, \quad (5.20)$$

Sähkömagneettisen energian muutos ontelossa on laskettavissa Poyntingin vektorin avulla [79, s.380-381]

$$-\oint_{S(t)} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{s} = \int_{V(t)} \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} dv + \int_{V(t)} \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} dv + \int_{V(t)} \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} dv. \quad (5.21)$$

Ontelon sisällä ei ole häviöllistä materiaalia, joten voi heti poistaa Joulehäviöitä vastaavan viimeisen termin oikealla puolella. Lisäksi huomataan, että oikean puolen toisen termin integrandissa esiintyy siirrosvirta, jonka oletettiin olevan pieni, ja lisäksi kokeidenkin [85] perusteella tiedetään magneettikentän olevan merkittävin tekijä ontelon kentässä, jolloin voi edelleen arvioida oikean puolen ensimmäisen termin olevan huomattavasti suuremman kuin toisen termin. Saadaan siten

$$\frac{d}{dt} \mathcal{E}_{smg} \approx - \int_{V(t)} \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} dv = - \int_{V(t)} \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} dv = -h\pi \frac{B}{\mu_0} \frac{\partial B}{\partial t} a(t)^2. \quad (5.22)$$

Auki-integroiminen on tehtävä yllä esitettyssä muodossa, eikä kirjallisuudessa usein esiintyvässä $\frac{\partial}{\partial t} \int_V \frac{\mu_0 \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}}{2} dv$, missä on oletettu integrointilavuuden pysyvän ajan myötä vakiona - Tämän muodon käyttö johtaa muun muassa viitteessä [72, kaava(2.34)] virheelliseen integrointitulokseen. Lisäksi (5.22) on valittu negatiivinen sähkömagneettisen energian muutoksen etumerkki, energiavuon voi ajatella kulkevan ulkoapäin tarkastellen onteloon - tällöin häviöiden etumerkit on valittava positiivisiksi.

Vaipan Joule-häviöt (ohmiset häviöt) voi laskea edellä esitetyn resistanssimallin avulla helposti: kaavassa (5.11) esiintyy vaiipan vastus ja kaavassa (5.4) vaiipassa kiertävä virta, joten näiden kertolasku esittää Joule-häviöitä. Kun lisäksi huomioidaan yhtäsuuruus (5.13), saadaan Joule-häviöt kirjoitettua magneettivuon tiehyden avulla:

$$\mathcal{P}_J = \frac{B}{\mu_0} h \pi \left(a(t)^2 \frac{\partial B}{\partial t} + 2a(t)B(t) \frac{\partial a(t)}{\partial t^2} \right). \quad (5.23)$$

Sisäenergian muutos \mathcal{U}_V on jäänyt ainoastaan tarkastelua vaille: tämä termi sisältää tiedon vaiipan materiaalin tilayhtälöstä ja vaiipan muodonmuutosten aiheuttamista mekaaniset energiahävöistä [72], ja termin osuus yhtälössä (5.20) jätetään seuraavanlaisen käsittelyn varaan

$$\frac{d\mathcal{U}_V}{dt} = (1 - \xi(t)) \frac{d\mathcal{E}_{kin}}{dt}, \quad (5.24)$$

missä $\xi(t)$ kuvaa mekaanisen energian muuntohyötysuhdetta. Muoto (5.24) on erityisen edullinen sen vuoksi, että se välttää ennako-oletukset vaiipan puristuvuudesta, ja sallimalla ξ :lle ajan myötä muuttuminen, voi hyvin tarkassa analyysissä huomioida monimutkaisia vaiipan muotoutumiseen liittyviä ilmiöitä [85]. Tutkitaan seuraavassa yksinkertaisuuden vuoksi kuitenkin tapausta, jossa $\xi(t)$ on ajan suhteen vakio. Parhaimmillaan kaikki vaiipan mekaaninen energia muuntuu sähkömagneettiseksi energiaksi, ts. $\xi = 1$ ja todelliset muuntohyötysuhteet ovat suurimmillaan vain n. 10 prosenttia [90],[82]. Vaikka muuntohyötysuhde olisikin muutamien prosenttien luokkaa, on suuria magneettikenttiä odotettavissa, sillä kuten aikaisemmin todettiin, vaiipalle voi liike-energian antaa esimerkiksi räjähdyspanos. Jo siviiliräjähteillä räjähdyslämmöt ovat muutaman megajoulen/kilogramma suuruisia [81], ja tästä liike-energiaksi muuttuu edelleen huomattava osa, jolloin pienikin muuntohyötysuhde voi olla riittävä suuren sähkömagneettisen energian aikaansaamiseksi.

Vaipan liike-energian \mathcal{E}_{kin} voi yksinkertaisesti arvioida olevan

$$\mathcal{E}_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{da}{dt} \right)^2, \quad (5.25)$$

ja liike-energian muutos

$$\frac{d\mathcal{E}_{kin}}{dt} = m \frac{\partial a}{\partial t} \frac{\partial^2 a}{\partial t^2}, \quad (5.26)$$

kun vaiipan massa on m . Liike-energian muutoksen arvioinnissa poikettiin tähän asti noudatellusta käytännöstä [72],[85],[88] käsittelyä, joissa vaiipan dynamiikan tarkastelu on todennäköisesti lainattu artikkelista [82]. Tässä tarkastelussa riittää, että otetaan yksinkertaiset yhtälöt (5.25)-(5.26), koska edellä

mainituissa lähteissä on tehty muutamia huomattavia yksinkertaistuksia ja ilmeisiä pikkuvirheitä saamatta kaavoja (5.25)-(5.26) enempää tietoa.

Sijoitetaan (5.24),(5.23),(5.22) ja (5.26) kaavaan (5.20), jolloin saadaan

$$m \frac{da(t)}{dt} \frac{d^2 a}{dt^2} = 2 \frac{B^2}{\mu_0 \xi} h \pi a \frac{da}{dt} \quad (5.27)$$

$$m \frac{d^2 a}{dt^2} = 2 \frac{B^2}{\mu_0 \xi} h \pi a. \quad (5.28)$$

Kaava (5.28) on saman muotoinen kuin T.Erberin ja kumppanien saama [72, kaava (4.3b)]. Edellä mainitussa lähteessä kirjoittajat päätyvät miltei samaan yhtälöön (5.28) (kerrointa 2 oikealla puolella vaille sama) olettamalla vaippa mekaanisesti äärettömän ohueksi. Nyt esitetyssä käsittelyssä ei tällaista rajoitusta ole tarvittu.

5.1.3 Differentiaaliyhtälösystemi

Kaava (5.16) ja kaava (5.28) yhdessä alkuehtojen muodostavat ratkaistavan ongelman:

$$\frac{d \ln B}{dT} + 2 \frac{d \ln \mathcal{X}}{dT} = \frac{-2}{v_0 \mu_0 \mathcal{X}^2 a_0 \sigma \ln(1 + \Delta/\mathcal{X})}, \quad (5.29)$$

$$\frac{d^2 \mathcal{X}}{dT^2} = \frac{2h\pi B_0^2 a_0^2}{m\mu_0 v_0^2 \xi} \mathcal{X} B^2, \quad (5.30)$$

$$\mathcal{X}(t=0) = 1 \quad \frac{d\mathcal{X}}{dt} = -1 \quad B = 1. \quad (5.31)$$

Tällaista kutsutaan Stefanin tai vapaan reunan ongelmaksi. Ratkaisu helpottuu, jos tehdään (5.29) viimeisessä termissä likimääräistys

$$\mathcal{X} \ln(1 + \frac{\Delta}{\mathcal{X}}) \approx \mathcal{X} \frac{\Delta}{\mathcal{X}} = \Delta, \quad (5.32)$$

missä on huomioitu vain ensimmäinen termi Taylorin sarjakehitelmästä. Tällöin kaavan (5.29) voi kirjoittaa muotoon

$$\frac{d \ln B}{dT} + \frac{2}{\mathcal{X}} \left(\frac{d\mathcal{X}}{dT} + \beta \right) = 0, \quad (5.33)$$

missä on merkitty $\beta = 1/(v_0 \mu_0 a_0 \sigma \Delta) = 1/(v_0 \mu_0 \sigma \delta)$.

Ideaali johtava vaippa

Kun tämän oikealla puolella oleva termi asetetaan nolllaksi, saadaan täydellisen vuon puristumisen yhtälö (4.32) ja koska nyt tiedetään myös vaipan dynamiikka kaavan (5.30) kautta, voi edellisen luvun sylinterigeometriaesimerkin ratkaista täydellisemmin tiedoin. Yksinkertaisinta on ratkaista tämä tehtävä eliminoida B , ratkaista \mathcal{X} ja ratkoa tämän jälkeen B kaavan (5.30) avulla. Ratkaistavana on siis yhtälösystemi

$$\mathcal{X} \frac{dB}{dT} + 2B \frac{d\mathcal{X}}{dT} = 0, \quad (5.34)$$

$$\frac{d^2 \mathcal{X}}{dT^2} = \eta \mathcal{X} B^2, \quad (5.35)$$

$$\mathcal{X}(t=0) = 1 \quad \frac{d\mathcal{X}}{dT} = -1 \quad B = 1. \quad (5.36)$$

$$(5.37)$$

missä $\eta = \frac{2h\pi B_0^2 a_0^2}{m\mu_0 v_0^2 \xi}$. Derivoidaan (5.35) kerran ajan suhteen, ja ratkaistaan tämän avulla $\mathcal{X} \frac{dB}{dT}$

$$\frac{dB}{dT} = \frac{1}{2\eta B} \frac{d^3 \mathcal{X}}{dT^3} - \frac{B}{2} \frac{d\mathcal{X}}{dT}, \quad (5.38)$$

Sijoitus (5.34) tuottaa

$$\frac{1}{\eta B} \frac{d^3 \mathcal{X}}{dT^3} + 3 \frac{d\mathcal{X}}{dT} = 0 \quad (5.39)$$

$$\frac{1}{\eta} \frac{d^3 \mathcal{X}}{dT^3} + 3B^2 \frac{d\mathcal{X}}{dT} = 0 \quad (5.40)$$

$$\mathcal{X} \frac{d^3 \mathcal{X}}{dT^3} + 3 \frac{d^2 \mathcal{X}}{dT^2} \frac{d\mathcal{X}}{dT} = 0 \quad (5.41)$$

$$(5.42)$$

Kirjoitetaan ensimmäinen termi vasemmalla muotoon $\mathcal{X} \frac{d^3 \mathcal{X}}{dT^3} = \frac{d}{dT} (\mathcal{X} \frac{d^2 \mathcal{X}}{dT^2}) - \frac{d\mathcal{X}}{dT} \frac{d^2 \mathcal{X}}{dT^2}$ ja lisäksi kannattaa huomata, että alkuehtojen perusteella $\frac{d^2 \mathcal{X}}{dT^2}|_{t=0} = \eta$. (5.41) on nyt helppo integroida

$$\mathcal{X} \frac{d^2 \mathcal{X}}{dT^2} + \left(\frac{d\mathcal{X}}{dT} \right)^2 = 1 + \eta. \quad (5.43)$$

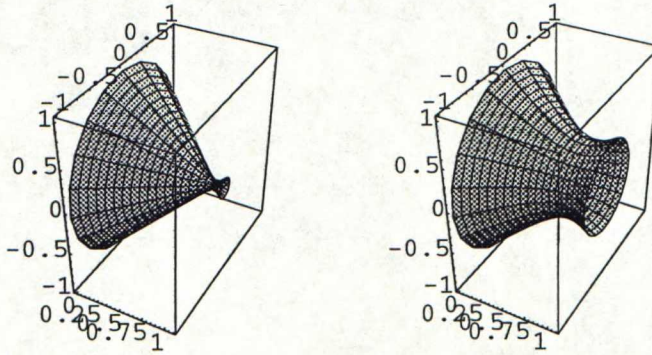
Edelleen integroiden saadaan

$$\mathcal{X} \frac{d\mathcal{X}}{dT} = (1 + \eta)T - 1, \quad (5.44)$$

mikä separoituu, jolloin tulokseksi saadaan

$$\mathcal{X} = \begin{pmatrix} + \\ - \end{pmatrix} \sqrt{(1 + \eta)\mathcal{T}^2 - 2\mathcal{T} + 1}, \quad (5.45)$$

Tässä esiintyy nyt toivotusti parametri η , joka sisältää tietoa vaipan massasta ja energian muuntohyötysuhteesta. [72] antaa tyypilliseksi arvoksi $\eta = 0,01 \dots 0,1$. Vaipan normalisoidun säteen arvoja normalisoidun ajan \mathcal{T} funktiona parametrin η eri arvoilla on esitetty kuvassa (5.3).



Kuva 5.3: Vaipan säde ajan \mathcal{T} funktiona parametrin η muuttuessa, vasemmalla $\eta = 0,002$ ja oikealla $\eta = 0,2$.

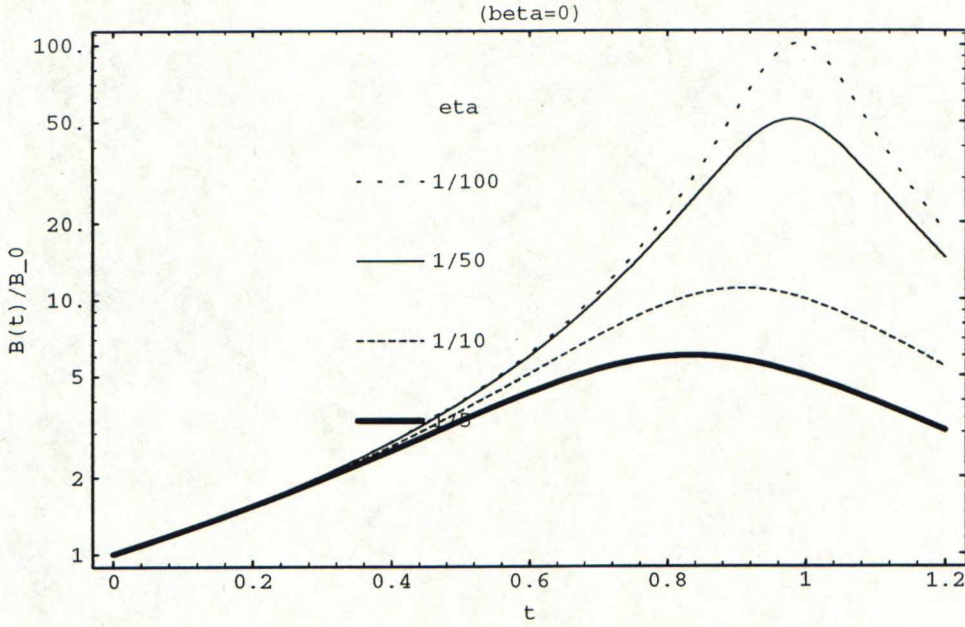
Kaavasta (5.34) ratkaistuna \mathcal{B} saadaan muotoon

$$\mathcal{B} = \frac{1}{1 - 2\mathcal{T} + (1 + \eta)\mathcal{T}^2}, \quad (5.46)$$

Tämä ratkaisu erilaisilla parametrin η arvoilla normalisoidun ajan \mathcal{T} funktiona on esitetty kuvassa (5.4).

Vaipan resistanssi huomioitu

Tarkastellaan seuraavaksi alkuperäistä ongelmaa (5.30)-(5.31),(5.33), jossa yhtälöiden kaikki termit huomioidaan. Edellisen käsittelyn tapaan on yksinker-



Kuva 5.4: B ajan T funktiona parametrin η muuttuessa.

taisinta ratkaista differentiaaliyhtälösystemi derivoimalla (5.30) ajan T suhteen, ja sijoittaa tämän tulos kaavaan (5.33), jolloin on saatu eliminotua B

$$\mathcal{X} \frac{d^3 \mathcal{X}}{dT^3} + 3 \frac{d\mathcal{X}}{dT} \frac{d^2 \mathcal{X}}{dT^2} + 4\beta \frac{d\mathcal{X}}{dT} = 0, \quad (5.47)$$

ja integrointien jälkeen saadaan

$$\mathcal{X} \frac{d^2 \mathcal{X}}{dT^2} + \left(\frac{d\mathcal{X}}{dT} \right)^2 + 4\beta \frac{d\mathcal{X}}{dT} = 1 + \eta - 4\beta, \quad (5.48)$$

Integrointia voi vieläkin jatkaa, jolloin saadaan

$$\mathcal{X} \frac{d\mathcal{X}}{dT} + 4\beta \mathcal{X} = (1 + \eta - 4\beta)T - (1 - 4\beta), \quad (5.49)$$

tämä ensimmäisen asteen yhtälö saadaan Abelin yhtälön muotoon [95] jollakin muunnoksella, joka on tyyppiä $y = 1/T$. Valitettavasti tämän yhtälön analyttinen ratkaisu ei ehkä ole edes mahdollinen, tai on niin monimutkainen, että sitä ei ole mielekästä esittää [72, s. 1096]. Sen sijaan ratkaisua voi yrittää hakea esimerkiksi potenssisarjan avulla:

$$\mathcal{X} = \sum_{n=0}^{\infty} c_n T^n. \quad (5.50)$$

Sijoitus kaavaan (5.49) ja potenssien kertoimien yhtäsuureksi asettaminen tuottaa kertoimet c_n

$$c_0 = 1 \quad c_1 = -1 \quad c_2 = \eta/2$$

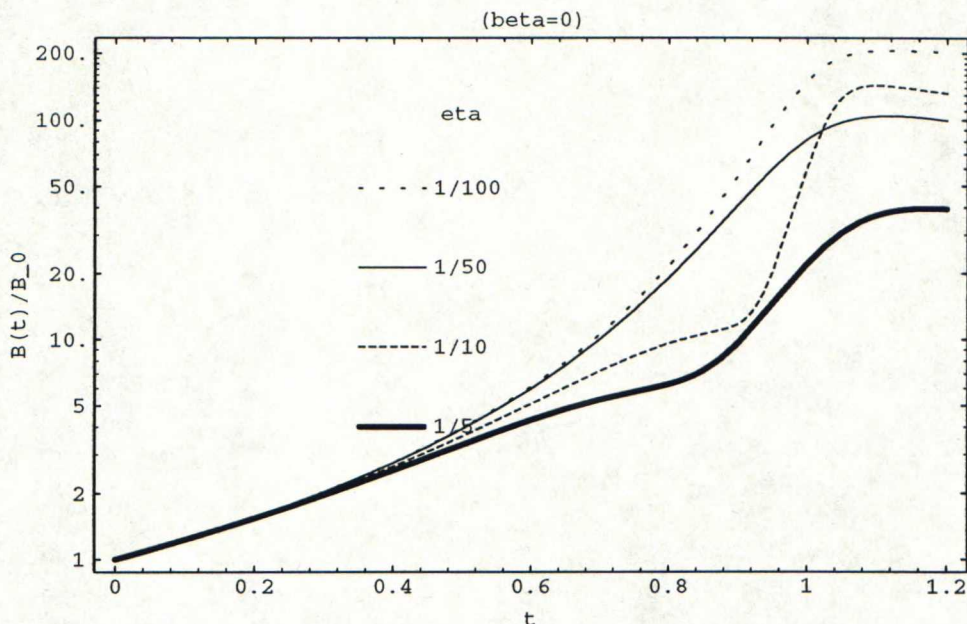
ja loput säännön

$$c_n = - \frac{((n-1)c_{n-1}c_1 + (n-2)c_{n-2}c_2 \dots c_1c_{n-1} + 4\beta c_{n-1})}{n c_0}$$

mukaan. Tämä sarja suppenee, jos parametrit β ja η ovat sopivalla alueella. T.Erberin ja kumppanien tekemät mittaukset 70-luvun alussa antoivat tyypilliseksi parametrin β arvoiksi väliltä 0.1...0.3 häviöllinen vuon puristuminen)...0 (häviötön) [89]. Alemman rajan, $\beta = 0$ pitäisi vastata aikaisemmin käsiteltyä tapausta, jossa päädyttiin analyyttisiin ratkaisuihin arvoille \mathcal{X} ja \mathcal{B} . Parametreja β, η muutellessa osoittautuu, että β :lle annetut ylimmät tyypilliset arvot osuvat suunnilleen niihin rajoihin, joissa sarja lähtee hajoamaan. Sarjan kertoimet käyttäytyvät yleisesti niin, että aluksi sarja näyttää suppenevan nopeasti, kunnes kertoimien arvot muuttuvat niin, että ne muistuttavat hyvin hitaasti vaimenevaa värähtelyä. Konvergenssin on yleensä erittäin huono. Kuvissa (5.5) - (5.6) on esitetty kentän käyttäytyminen erilaisilla parametrien muutoksilla. Erityisen mielenkiintoista on verrata kuvaajaa, jossa $\beta = 0$, ja kuvan (5.5) analyttistä ratkaisua, näiden kahden kuvaajaan pitäisi vastata toisiaan, kun parametri η on sama. Parametri η on hallitseva parametri, tämä on helposti ymmärrettävissä, sillä tämä kuvaa magneettikentän ja vaipan liike-energian suhdetta vuonpuristuskokeen alkuhetkellä $\mathcal{T} = 1$. Mitä pienempi η on, sitä suurempi on vaipan massa ja/tai vaipan nopeus alkuhetkellä.

Parametrien vaikutus kokeen nopeuteen

Kun $\mathcal{T} = 1$ ja $\eta \rightarrow 0$, saadaan täydellisen vuonpuristumisen tapauksessa suurin kenttä $\mathcal{B} \rightarrow \infty$. Kun vaipan häviöt huomioidaan, havaitaan että suurimmat kentät savutetaan vasta hetken $\mathcal{T} \approx 1$ jälkeen. Ilmiö on selitettävissä sillä, että vaipan häviöt hidastavat kentän kasvua ja vaippa pääsee lähemmäksi sylinterin akselia, kuvasarja(5.10). Häviöt vaikuttavat siten edulliselta ilmiöltä, sillä näiden huomioiminen tuottaa suuremmat kentät kuin täydellisen vuon puristumisen tapauksessa. Tähän suuntaan viittaavat myös T.Erberin ja kumppanien

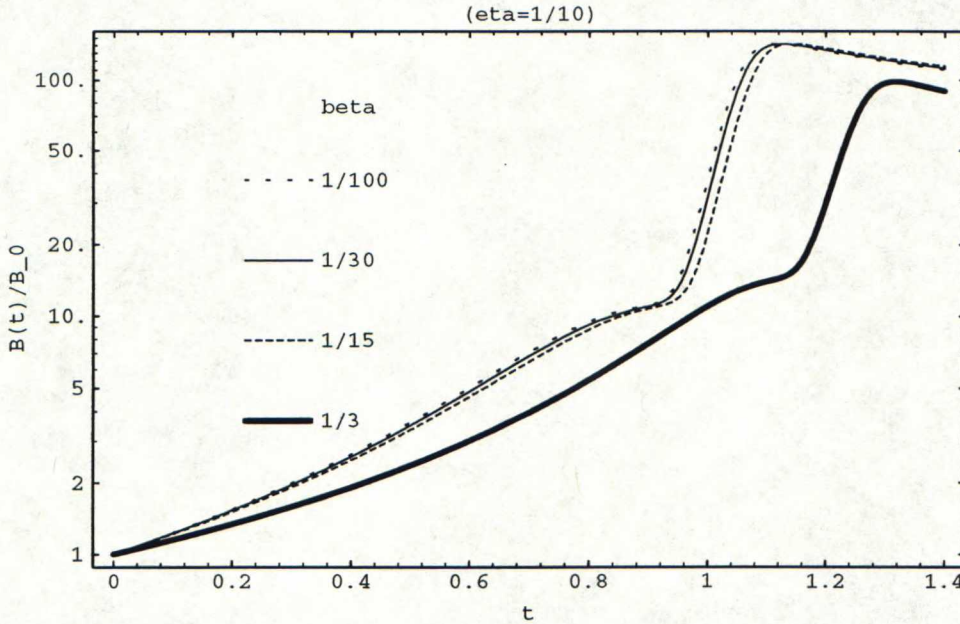


Kuva 5.5: B ajan T funktiona parametrin η muuttuessa. $\beta = 0$.

tekemät mallinnukset [72, kuva 8. s. 1102]. Vaipan puristumista kertovista kuvaajista voi lisäksi päätellä, millä hetkellä magneettikenttä ontelossa on niin suuri, että sen paine ylittää räjähteen aiheuttaman paineen, jolloin vaippa itse asiassa alkaa laajentua. Tätä kutsutaan kirjallisuudessa *turn-around*- tai *magnetic turn-around*-hetkeksi. Kokeen voi ajatella päättyvän tällöin, sillä tämän jälkeen ontelo laajenee ja magneettikenttä heikkenee.

Vuonpuristuskokeen tyypillisiä aikoja laskettaessa on kuitenkin huomioitava, että kaikki kaavat, joissa esiintyy nopeus v (kuten (5.12)), ovat periaatteessa voimassa vain vakionopeudelle v . Kuitenkin aikaisemmin on haluttu sallia vaipalle kiihtyvyyttä, jotta vaipan liiketilan tuomaa lisätietoa voitaisiin hyödyntää (esimerkiksi kaavassa (5.28) ja sen johdannaisissa esiintyy nopeuden aikaderivaatta). Näinollen edellä esitetyt energian säilymistarkastelut, joiden avulla johdettiin kytketty differentiaaliyhtälösystemi, eivät tarkalleen ottaen päde. Tehdyissä todellisissa koesarjoissa on kuitenkin havaittu, että vaippa liikkuu miltei koko kokeen ajan vakionopeudella [89], jolloin vaipan hidastuvuus on esitetyn mallin vastaavaa pienempi, joka taas asettaa edullisemmaksi käyttää yksinkertaistettua vakionopeusmallia kuin tarkkaa, kaikkialla nopeuden muutokset huomioivaa mallia.

Edellä käsitellyn perusteella ajan T normalisoinnissa esiintyvä alkunopeus v_0



Kuva 5.6: B ajan T funktiona parametrin β muuttuessa. $\eta = 0, 1$.

on ehkä parempi ajatella keskimääräiseksi nopeudeksi, jolla vaippa liikkuu. Tämä on yhteensopivampi edellämainitun kokeissa tehdyn havainnon kanssa. Kokeiden mukaan voi myös sanoa, että vaipan alkunopeus v_0 ei välttämättä ole sama kuin keskimääräinen nopeus.

5.1.4 Saavutettavat virrat, energiat ja tehot

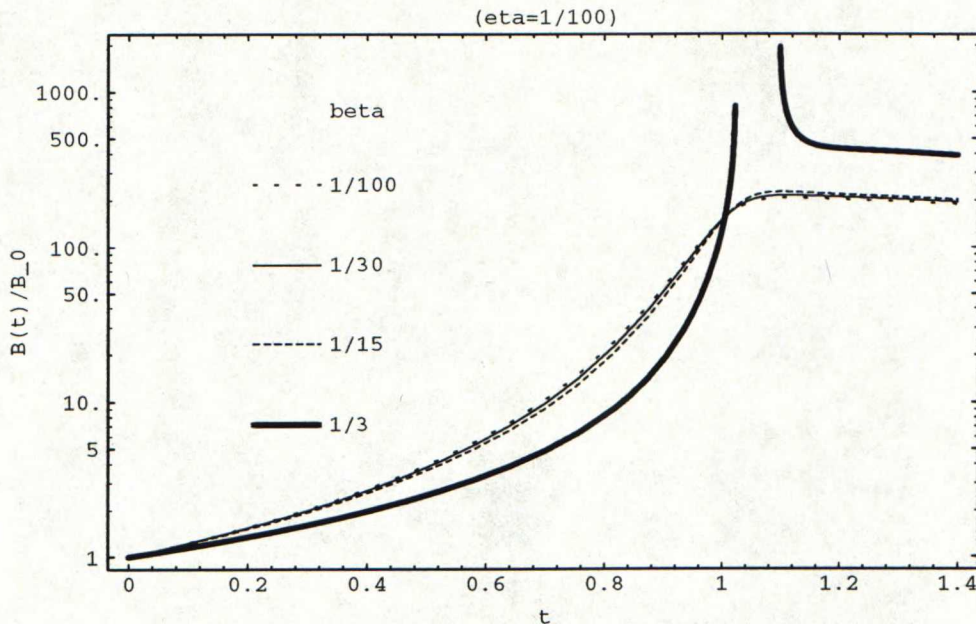
Rakenteesta saatava virta kiinnostaa erityisesti sovellutusten kannalta. Aikaisemmin mainittiin, että tällä periaatteella toimivia järjestelmiä käytetään kompakteina teholähteinä HPM-laitteissa. Virran saa ratkaistua (5.50) avulla, sillä magneettikenttään saatiin (5.30) avulla:

$$B = \sqrt{\frac{1}{\eta \mathcal{X}} \frac{d^2 \mathcal{X}}{dT^2}}, \quad (5.51)$$

ja virta vaipassa yksinkertaisesti solenoidiapproksimaation (5.4) mukaan

$$I_V = \frac{B B_0 h}{\mu_0}. \quad (5.52)$$

Virta on täten lineaarinen magneettikentän funktio, ja kuvissa (5.5) -(5.9) esiintyvät ratkaisut kertovat myös virran käyttäytymisen.



Kuva 5.7: B ajan T funktiona parametrin β muuttuessa. $\eta = 0,01$.

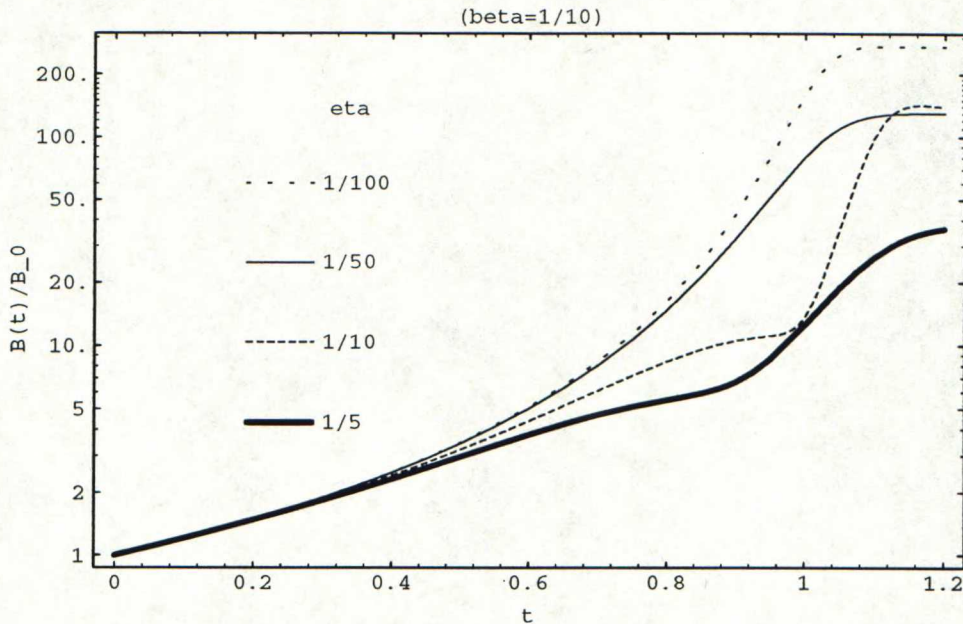
Rakenne toimii jännitelähteenä ja jos vaipassa kiertävä virta johdetaan ulkopuoliseen kuormaan, saadaan ulkopuoliseen kuormaan Z_L virta

$$I = \frac{\int_{S(t)} \mathbf{E}^* \cdot d\mathbf{l}}{Z_L + R(t)}, \quad (5.53)$$

joten teho ulkopuolisessa kuormassa on

$$P_L = I^2 Z = \left(\frac{\int_{S(t)} \mathbf{E}^* \cdot d\mathbf{l}}{Z_L + R(t)} \right)^2 Z, \quad (5.54)$$

missä $R(t) = \frac{2\pi}{\sigma h \ln(1+\delta/a(t))}$. Jos kuorma on täysin resistiivinen $Z_L = R_L$, saadaan kuormaan suurin teho kun $R_L = R(t)$. Tämä on vaativa sovitusominaisuus, ja vielä hankalampi tilanne on kun kuormana on yleinen impedanssi, jolloin sovitukseen tarvitaan vielä induktiivisia ja kapasitiivisia elementtejä. Yleisesti rakenteen resistanssi on pienempi kuin siihen liitettävän kuorman, ja resistanssien sovittaminen vaatii muuntajan. Esimerkkejä vuonpuristajan liittämisestä kuormaan on viitteissä [91],[35], tutki erityisesti artikkelin [46] viitelistää. Kuormaan sovittaminen on suurimpia ongelmia pulssiteholähteiden käytössä [10]. Kuormaan saatava teho ja luovutettu kokonaisenergia on tämän perusteella laskettava tapauskohtaisesti kun tiedetään kuorman impedanssin



Kuva 5.8: B ajan T funktiona parametrin η muuttuessa. $\beta = 0, 1$.

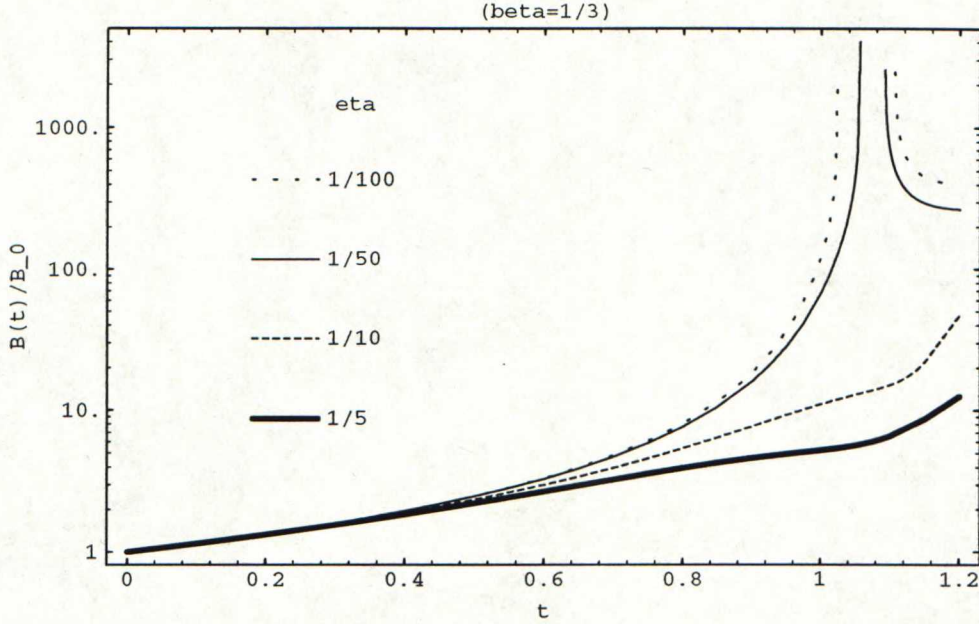
käyttäytyminen ajan suhteen. On ehkä helpompaa tutkia rakenteella saavutettavia energioita magneettikenttään varastoituneen energian avulla ja tämän jälkeen johonkin taulukoituun koetulokseen perustuen arvioida kuinka paljon energiaa voi siirtää sovitettuun kuormaan. Magneettikenttään varastoituneen kokonaisenergian voi tunnistaa vaikkapa kaavasta (5.22):

$$\mathcal{E}_{smg} = \int_{V(t)} \frac{1}{2} \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}}{\mu_0} dV = h\pi a(t)^2 \frac{B(t)^2}{2\mu_0} = h\pi (a_0 \mathcal{X})^2 \frac{B_0^2 \mathcal{B}(T)^2}{\mu_0}. \quad (5.55)$$

Tässä on kuten aikaisemminkin oletettu, että suurin osa sähkömagneettisen kentän varastoimasta energiasta on magneettikentässä ja sitten integroitu magneettisen energian tiheyttä ontelon tilavuuden yli [79, s. 381].

Magneettikenttään varastoitunut energia muuttuu vaipan johtavuudesta ja liiketilasta kertovien parametrien β ja η muuttuessa.

Kuvissa (5.11) ja (5.12) on esitetty varastoitunut loppuenergia ajan funktiona muutamilla parametriyhdistelmillä. Kuvassa (5.11) käy ilmi, että vuonpuristaja voi varastoida hetkellisesti, lähellä hetkeä $T = 1$ megajoulesta ylöspäin olevia energiamääriä. Jälkimmäisessä kuvassa ilmenee potenssisarjaratkaisujen vaarat: Ratkaisu ennustaa negatiivisen vaipan säteen käyrille $\eta = 1/100$

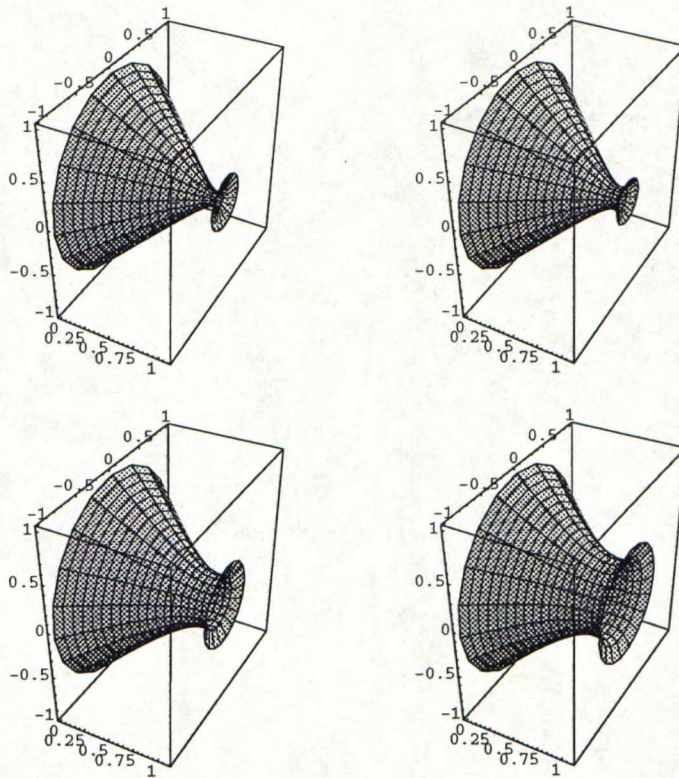


Kuva 5.9: B ajan \mathcal{T} funktiona parametrin η muuttuessa. $\beta = 0,33$.

ja $\eta = 1/50$ lähellä hetkeä $\mathcal{T} = 1$, jolloin tälle alueelle ei saada fysikaalista ratkaisua valituilla sarjan termien määrillä, joka tässä tapauksessa on jopa 60. Joka tapauksessa edellä mainituille käyrille vaipan säde on hyvin pieni, kun ollaan lähellä hetkeä $\mathcal{T} = 1$, ja lähtee pienimmän säteen saavuttamisen jälkeen voimakkaasti kasvamaan, jolloin magneettikentän voimakkuus saa tällä *turn-around*-hetkellä suuren, lyhytaikaisen arvon. Magneettikenttään varastoitunut energia on vaikeammin arvioitavissa, sillä samalla kun magneettikentän huippuarvo saavutetaan, on ontelon tilavuus myös pienin. Tällaisten huippuarvojen hyödyntäminen on todennäköisesti vaikeaa ja yleisesti on havaittavissa, että kun η on hyvin pieni, ja lähestytään *turn-around*-hetkeä, magneettikenttään varastoitunut energia alkaa vähenemään, kohotakseen singulariteetinomaisesti huimiin arvoihin aivan *turn-around*-hetkellä.

5.1.5 Huomioita ja rajoituksia

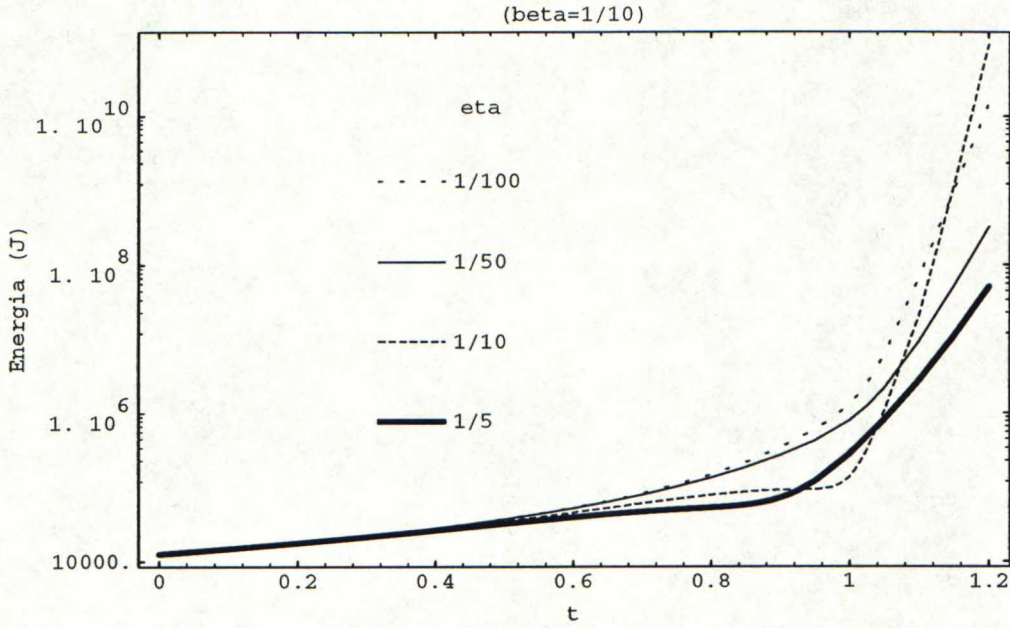
Kappaleen alussa todettiin, että siirrosvirtatermi $\frac{d}{dt}\mathbf{D}$ jätetään huomioimatta. Tämän seurauksena $\nabla \times \mathbf{B} = 0$, ja siten edelleen päästään magneettikentän paikainvarianttiuteen ontelossa. Siirrosvirtatermi on viitteissä [72],[73],[74] todettu ei-relativistisilla nopeuksilla pieneksi. [83] esittää, että siirrosvirta-



Kuva 5.10: Vaipan säde ajan T funktiona parametrien vaihdellessa. Vasemmassa ylhäällä $\eta = 0,01$, myötäpäivään kulkiessa $\eta = 0,02, \eta = 0,1$ ja $\eta = 0,2$. Jokaisessa kuvassa häviötä kuvaava parametri $\beta = 0,1$ (\approx pienet häviöt).

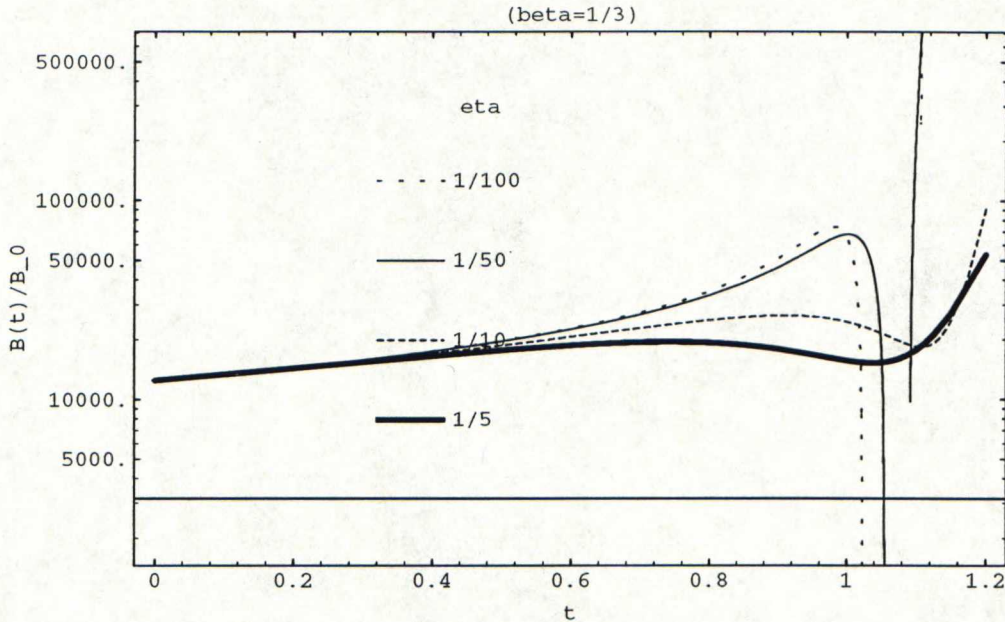
termi on merkityksetön, jos ontelossa olevan sähkömagneettisen kentän Fourierdekomposition termien aallonpituudet $\lambda_i = c/\omega_i$ ovat suurempia kuin ontelon karakteristiset dimensiot. Johteessa täytyy vaatia, että taajuuudet $\omega_i/(2\pi)$ ovat pienempiä kuin varauksenkuljettajien relaksaatioaikojen käänteisarvot. Relaksaatioajat ovat huoneenlämpötilassa tyypillisesti alueella 10^{-14} s. [93, s.238]. Jos sähkökentän aikakäyttämistä halutaan arvioida tarkemmin kuin nyt esitettyssä teoriassa, [73],[74] ratkaisevat magneettikentän huomioiden siirrosvir-tatermin.

Aikaisemmin todettiin, että johtavuutta σ pidettiin vakiona. Tämä ei pidä tarkasti paikkaansa, vaan T.Erberin ja kumppanien tekemät kokeet [89] näyttäsivät osoittavan, että johtavuus olisi kokeen lopussa pienempi kuin kokeen alussa ja parhaimmillaan samaa luokkaa. Lopussa johtavuus pienimmillään olisi noin puolet alkuperäisestä. Tämä on selitettävissä ainakin osittain siten, että kenttien kasvaessa vaippa kuumenee ja johtavuus yleisesti laskee [92] ja ääritapauksena voi pitää tilannetta, jossa kokeen loppupuolella vaipan sisäpin-



Kuva 5.11: Magneettikentän energia hallitsevan parametrin η muuttuessa. $\beta = 0,1$. Rakenteen pituus $h = 1\text{m}$, alkusäde $a(t=0) = 0,1\text{m}$.

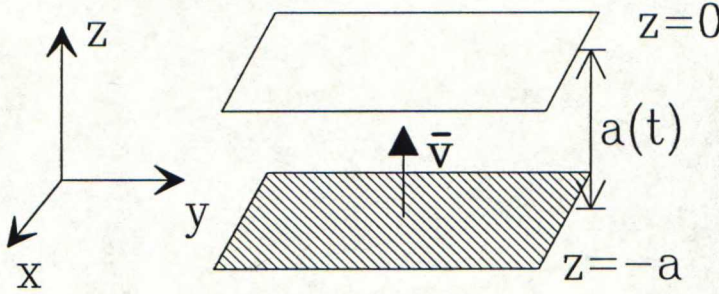
nalla kulkevat virrat ovat niin suuria, että osa vaipasta höyrystyy ja tälläisen höyryn johtavuus on hyvin pieni [84].



Kuva 5.12: Magneettikentän energia η :n muuttuessa. $\beta = 0,33$ (suurehköjen häviöt). Rakenteen pituus $h = 1\text{m}$, alkusäde $a(t=0) = 0,1\text{m}$.

5.2 Tasogeometria

Tutkitaan seuraavassa tasomaista tapausta toimien hieman toisella tavalla kuin edellisessä kappaleessa. Siinä lähdettiin ratkaisemaan tehtävää induktiolain avulla ja edelleen otettiin energiataarkastelut avuksi, jolloin saatiin ratkaistavaksi differentiaaliyhtälösystemi. Toinen tapa ratkaista ongelma on aloittaa tarkastelemalla kenttiä liikkuvassa väliaineessa ja ratkaista magneettikentän diffuusioyhtälö. Vaipan liiketilaa ei seuraavassa huomioida, ja lisäksi todetaan, että seuraava tarkastelu pätee vain vakionopeudella liikkuville onteloita rajoittaville pinnoille. Jälkimmäinen puute tarkastelussa ei välttämättä ole kohtalokas, sillä raportoiduissa kokeissahan vaipan todettiin liikkuvan suurimman osan ajasta vakionopeudella [96, s.388],[72, s.1119],[89]. Jos puhtasoppisesti yritettäisiin esittää teoria vuon säilymiselle myös kiihtyvässä liikkeessä oleville onteloita rajoittaville pinnoille, jouduttaisiin kohtuuttomaan hankalaan käsitteilyyn ja hukattaisiin tarkasteltavan ilmiön ydin. On vielä syytä huomata, että useissa artikkeleissa, joissa väitetään käsiteltävän mielivaltaisessa liikkeessä olevia ontelon reunoja, käytetään kuitenkin reunaehtoja (4.16) - (4.19) ja induktiolakia muodossa (4.10), jotka pätevät vain nopeuden ollessa vakio.



Kuva 5.13: Tasomainen vuonpuristaja

Ratkaistavan ongelman ulkomuoto on esitetty kuvassa. Ontelo rajoittuu kahden äärettömään suureen johtavaan tasoon. Todellisuudessa on tyydyttävä riittävään suuriin tasoihin, jolloin karkaavan vuon voi ajatella olla vähäinen. Tasojen materiaalilla on äärellinen johtavuus, jonka lisäksi oletetaan pysyvän vakiona vuon puristumisen ajan. Tämän oletuksen oikeutuksia tarkasteltiin sylinterigeometrian yhteydessä. Tasojen väliin on jollain ulkoisella lähteellä saatu alkukenttä $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t = 0) = \mathbf{B}_0$, jonka on ennen alkuhetkeä sallittu diffusoitua tasoihin. Tällöin poistuu aikaisemmin ideaalisen vuon puristumisen teorian rajoitus, jossa magneettikenttä ei saanut olla ehtinyt diffusoitua johtavuudeltaan äärelliseen vaippaan-tosin tämä rajoitus ei ole merkittävä, sillä jotkin analyysit näyttävät osoittavan, että vuon puristumisen jälkeinen lopullinen magneettikenttä ei erityisemmin ole verrannollinen alkukentän suuruuteen [98].

5.2.1 Rajapintaehdot

Kenttien ratkaiseminen ei onnistu ilman rajapintaehdoja, jotka kytkevät ontelon kentät paikallaan ja liikkeessä olevien tasojen kenttiin. Liikkumattoman tason kohdalla rajapintaehdot ovat yksinkertaiset, eli kaavojen (4.12)-(4.15) kaltaiset, mutta niitä voi edelleen sieventää, sillä äärellisen johtavuuden tapauksessa pintavirta on vailla todellista fysikaalista vastinetta oleva käsite, eli asetetaan $\mathbf{J}_s = 0$, [94, s. 336], [99, s. 24], ja jos vaipan ja ontelon permabiliteetti ovat samansuuruisia, eli kummallakin $\mu = \mu_0$, saadaan magneettivuon

tiheydelle yksinkertaisin mahdollinen rajapintaehto

$$\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2 = 0, \quad (5.56)$$

Ennen alkuhetkeä kummatkin tasot ovat levossa, joten rajapintaehdon mukaan alkukenttä on diffusoitunut koko vaippaan $\mathbf{B}_0|_{z=-0} = \mathbf{B}|_{z=+0}$. Hetkellä $t = 0$ toinen tasoista ammutaan paikallaan olevaa tasoa vasten, tasojen välinen etäisyys on siten $a(t) = a_0 - vt$, ja alkukenttään on tämän muutoksen vuoksi lisättävä indusoitunut kenttä $\mathbf{B}_i(\mathbf{r}, t)$, jolloin kokonaiskenttä ontelossa on $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_i$. Paikallaan olevalla tasolla rajapintaehdot antavat

$$(\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_i)|_{z=-0} = \mathbf{B}|_{z=+0}, \quad (5.57)$$

Liikkuvalla tasolla rajapintaehdot ovat monimutkaisemmat, sillä tarkasti ottaen olisi käytettävä kaavoja (4.16)-(4.19). Nämä johtavat tarpeettoman raskeeseen käsittelyyn, varsinkin jos otetaan käyttöön koko erikoisen suhteellisuusteorian matemaattinen koneisto. Insinöörityöskentelyssä riittää, jos käytetään Galilein muunnosta Lorentzin muunnoksen sijasta: Sähkökenttä, magneettivuon tiheys ja virrantiheys liikkuvassa tasossa (tai yleisemmin johtavassa liikkuvassa väliaineessa) ovat tason mukana liikkuvassa koordinaatistossa kirjoitettuna

$$\mathbf{E}^* \quad \mathbf{B}^* \quad \mathbf{J}^*, \quad (5.58)$$

ja kun nämä suuret kirjoitetaan levossa olevan havainnoitsijan mittaamien kenttien avulla, saadaan [67], [99, s. 34]

$$\mathbf{E}^* = \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad \mathbf{B}^* = \mathbf{B} \quad \mathbf{J}^* = \mathbf{J} - \rho \mathbf{v} \approx \mathbf{J}. \quad (5.59)$$

Virrantiheyden termissä käytetty approksimaatio on seurausta siitä, että konvektiovirtatermiksi kutsuttu $\rho \mathbf{v}$ on ei-relativistilla nopeuksilla huomattavasti pienempi kuin \mathbf{J} [100, s.217-218], [101, s. 10]. Virrantiheys ja magneettivuon tiheys ovat siten Galilei-invariantteja². Tämän perusteella magneettivuon tiheydelle voi jo aikaisemmin esitettyjen rajoitusten (μ on sama vaipassa ja ontelossa, pintavirta $\mathbf{J}_s = 0$) avulla kirjoittaa myös liikkuvan reunan tapauksessa yksinkertaisen rajapintaehdon

$$\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2 = 0, \quad (5.60)$$

ja ehto (4.17) saadaan tämän avulla helppoon muotoon

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{v})(\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) = 0 \quad (5.61)$$

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) = 0, \quad (5.62)$$

²Ks. liite A.

mikä on tuttu sähkökentän tangentialikomponentin jatkuvuusehto.

Rajapintaehtojen selvittyä tutkitaan seuraavaksi kenttien diffusoitumista vai-
pan eri liiketiloissa oleviin osiin ja kenttiin ontelossa. Yritetään tämän jälkeen
jotain sopivaa muunnosta käyttäen palauttaa ongelma yksinkertaisemmaksi
tehtäväksi, jossa ontelon muoto ja koko ei muutu. Tätä ratkaisutapaa ovat
käyttäneet jossain muodossa Paton ja Millar [97], Lehner ja kumppanit [92] ja
Wilhelm [98].

5.2.2 Paikallaan oleva taso

Maxwellin yhtälöt tasoissa, jotka on valmistettu äärellisesti johtavasta mate-
riaalista, saadaan muotoon

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\frac{\partial \mathbf{B}_i}{\partial t}, \quad (5.63)$$

$$\nabla \times \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} = \nabla \times \frac{\mathbf{B}_i}{\mu_0} = \sigma \mathbf{E}, \quad (5.64)$$

missä on edellisen luvun kaltaisesti unohdettu siirrosvirtatermin vaikutus, huo-
mattu että alkukenttä \mathbf{B}_0 ei ole ajasta riippuva ja on lisäksi pyörteetön, ja edel-
leen jälkimmäisessä kaavassa on käytetty yhteyttä $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ hyväksi. Kaavat
(5.63)-(5.64) voi kirjoittaa tekijöihin hajotettuihin muotoihin, joita tarvitaan
myöhemmin:

$$-\frac{\partial E(z,t)}{\partial z} = -\frac{\partial B_i}{\partial t}, \quad (5.65)$$

$$\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial B_i}{\partial z} = \sigma E. \quad (5.66)$$

Kerrotaan (5.64) vasemmalta $\nabla \times \bar{\bar{I}}$ -operaattorilla, ja sijoitetaan saatuun yh-
tälöön (5.63), jolloin saadaan

$$\nabla \times \nabla \times \frac{\mathbf{B}_i}{\mu_0} = -\sigma \frac{\partial \mathbf{B}_i}{\partial t}, \quad (5.67)$$

$$\nabla(\nabla \cdot \frac{\mathbf{B}_i}{\mu_0}) - \nabla^2 \frac{\mathbf{B}_i}{\mu_0} = -\sigma \frac{\partial \mathbf{B}_i}{\partial t}, \quad (5.68)$$

$$\nabla^2 \frac{\mathbf{B}_i}{\mu_0} = \sigma \frac{\partial \mathbf{B}_i}{\partial t}. \quad (5.69)$$

Viimeiseen muotoon päästiin huomaamalla, että $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, kuten aikaisemmissakin luvuissa. Kiinnitetään seuraavaksi magneettikentän suunta edellisen luvun kaltaisesti ontelon vaipan reunojen suuntaiseksi $\mathbf{B} = B\mathbf{u}_x$ - tällaisen kentän saa aikaan esimerkiksi y -akselin suuntainen virta vaipan muodostavissa tasoissa. Tällöin (5.69) saadaan muotoon

$$\frac{\partial^2 B_i}{\partial z^2} = \mu_0 \sigma \frac{\partial B_i}{\partial t}, \quad (5.70)$$

Muoto (5.70) on itse asiassa tuttu diffuusioyhtälö, jonka ratkaisua voi hakea esimerkiksi Laplace-muunnoksen avulla: Laplace-muunnettuna magneettivuon tiheys ja sähkökenttä ovat

$$\mathcal{L}[B_i] = B_i(z, s) = \int_0^\infty e^{-st} B_i dt, \quad (5.71)$$

$$\mathcal{L}[E] = E(z, s) = \int_0^\infty e^{-st} E dt, \quad (5.72)$$

ja sijoitus kaavaan (5.70) antaa

$$\frac{\partial^2 B_i}{\partial z^2} = \mu_0 \sigma s B_i, \quad (5.73)$$

joten ratkaisuksi saadaan [97]

$$B_i = B_i(0, s) \exp \left[-(\mu_0 \sigma s)^{\frac{1}{2}} z \right]. \quad (5.74)$$

Sähkökentän voi ratkaista edellisen ja (5.66) avulla

$$E = -\left(\frac{1}{\sigma \mu_0}\right)^{\frac{1}{2}} s^{\frac{1}{2}} B_i, \quad (5.75)$$

Jäljelle jää siten vain yhtälön (5.75) käänteis-Laplace-muuntaminen:

$$E(x, t) = -\left(\frac{1}{\sigma \mu_0 \pi}\right)^{\frac{1}{2}} \int_0^t \frac{\partial B_i(z, \tau)}{\partial \tau} \frac{1}{\sqrt{(t - \tau)}} d\tau, \quad (5.76)$$

missä on hyödynnetty konvoluutiota ja paluumuunnoskaavaa $\mathcal{L}^{-1}[s F(s)] = f(t)$, joka pitää paikkansa, kun $f(t = 0) = 0$ - viimeistään tässä huomataan, miksi oli mukavaa jaotella magneettikenttä alkuarvo-osaan ja ajan myötä muuttuvaan osaan.

5.2.3 Liikkuva taso

Jatkuvuusehtojen tarkastelun yhteydessä kävi myös ilmi, miten kentät muuntuvat tarkasteltaessa liikkuvan väliaineen kenttiä. Maxwellin yhtälöt ovat samanmuotoisia kuin paikallaan olevan tason tapauksessa, kun kaavojen (5.63)–(5.64) muuttujien tilalle asetetaan Galilei-muunnetut ”tähdelliset” kentät. Diffusioyhtälön johtaminen tapahtuu tämän jälkeen aikaisemmin esitetyllä tavalla. Koska $\mathbf{E}^* = \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}$, levossa oleva havainnoitsija saa mittaamalleen sähkökentälle komponenttimuotoon hajotettuna

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^* - \mathbf{v} \times (\mathbf{B}_i + \mathbf{B}_0) \quad (5.77)$$

$$\Rightarrow E(z, t) = \left(\frac{1}{\sigma\mu_0\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \int_0^t \frac{\partial B_i(z, \tau)}{\partial \tau} \frac{1}{\sqrt{(t-\tau)}} d\tau - v(B_i(z, t) + B_0), \quad (5.78)$$

Laplace-paluumuunnoksen seurauksena saatu (5.78) oikean puolen ensimmäinen termi on samanlainen kuin paikallaan olevan tason tapauksessa [97], koska \mathbf{B} on todettu invariantiksi. Oikean puolen ensimmäisen termin etumerkki on tässä valittava positiiviseksi, koska nyt kenttä diffusoituu rajapinnalla negatiivisen z -akselin suuntaan.

5.2.4 Tasojen välinen ontelo

Tasojen väliä täyttävä aine ei ole johtavaa, joten Maxwellin yhtälöt saadaan muotoon

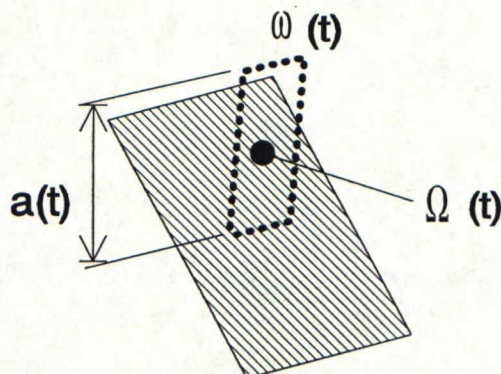
$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (5.79)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = 0, \quad (5.80)$$

eli komponentteittain

$$-\frac{\partial E(z, t)}{\partial z} = -\frac{\partial B_i}{\partial t} \quad \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial B_i}{\partial z} = 0, \quad (5.81)$$

missä on taas unohdettu siirrosvirtatermin vaikutukset. Jälkimmäisestä seuraa välittömästi, että magneettikenttä ei muutu paikan myötä. Ensimmäisen merkitys kirkastuu, kun integroidaan tätä kuvan osoittaman alueen Ω yli, alueen reunakäyrä ω on integroinnin helpottamiseksi tason suuntaisissa osissa yksikköpituinen:



Kuva 5.14: Integroimistie

$$\int_{\Omega(t)} \nabla \times \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \oint_{\omega} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \int_{\Omega(t)} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (5.82)$$

$$\Rightarrow E(0, t) - E(-a(t), t) = a(t) \frac{\partial B(t)}{\partial t}. \quad (5.83)$$

On syytä huomata, että yhtälö (5.82) poikkeaa yhtälöstä (4.8) siten, että edellisessä integroinnin ymmärretään tapahtuvan jollain kiinnitetyllä ajanhetkellä [68]. (5.82) pääsee muotoon (4.8) kun tekee vasemmalla puolella muunnoksen lepokoordinaatistosta liikkuvaan koordinaatistoon (5.59) avulla. Yhtälön (5.83) vasemmalla puolella olevat sähkökentät ovat tasojen rajapinnoissa, joten rajapintaehdon ja (5.76) perusteella voi vaatia, että

$$E(0, t) = -\left(\frac{1}{\sigma\mu_0\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \int_0^t \frac{\partial B_i(0, \tau)}{\partial \tau} \frac{1}{\sqrt{(t-\tau)}} d\tau, \quad (5.84)$$

ja vastaavasti

$$E(-a(t), t) = \left(\frac{1}{\sigma\mu_0\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \int_0^t \frac{\partial B_i(-a(t), \tau)}{\partial \tau} \frac{1}{\sqrt{(t-\tau)}} d\tau - v(B_i(-a(t), t) + B_0), \quad (5.85)$$

Rakenteen symmetriasta ja magneettivuon tiheyden jatkuvuusehdoista seuraa heti, että (5.85) ja (5.84) integraalitermit ovat yhtäsuuria, tällöin (5.83) saadaan muotoon

$$\frac{d}{dt} ((a_0 - vt)(B_i + B_0)) = -\frac{2}{(\sigma\mu_0\pi)^{\frac{1}{2}}} \int_0^t \frac{\partial B_i(\tau)}{\partial \tau} \frac{1}{\sqrt{(t-\tau)}} d\tau. \quad (5.86)$$

Yhtälöstä (5.86) saadaan ratkaistua magneettikenttä ontelossa. Ratkaisemisen kannalta on taaskin mukavaa kirjoittaa yhtälö suhdelukujen avulla, eli muunnetaan $B = B_i/B_0$, $\mathcal{T} = t(v/a_0)$, $\beta = 4(\mu_0\sigma a_0 v)^{-\frac{1}{2}}$, jolloin saadaan

$$\frac{d}{d\mathcal{T}}((1-\mathcal{T})(B+1)) = -\frac{\beta\pi^{-\frac{1}{2}}}{2} \int_0^{\mathcal{T}} \frac{dB}{du} \frac{1}{\sqrt{\mathcal{T}-u}} du \quad (5.87)$$

5.2.5 Magneettikentän ratkaisu potenssisarjalla

Tämän ratkaiseminen on mahdollista kahdella tavalla, joko potenssisarjakehitelmän tai määrätyn integraalin avulla. Potenssisarjakehitelmä on suoraviivaisempi menettelytapa, esitetään B :lle ratkaisu muodossa

$$B = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \mathcal{T}^{\frac{n}{2}}, \quad (5.88)$$

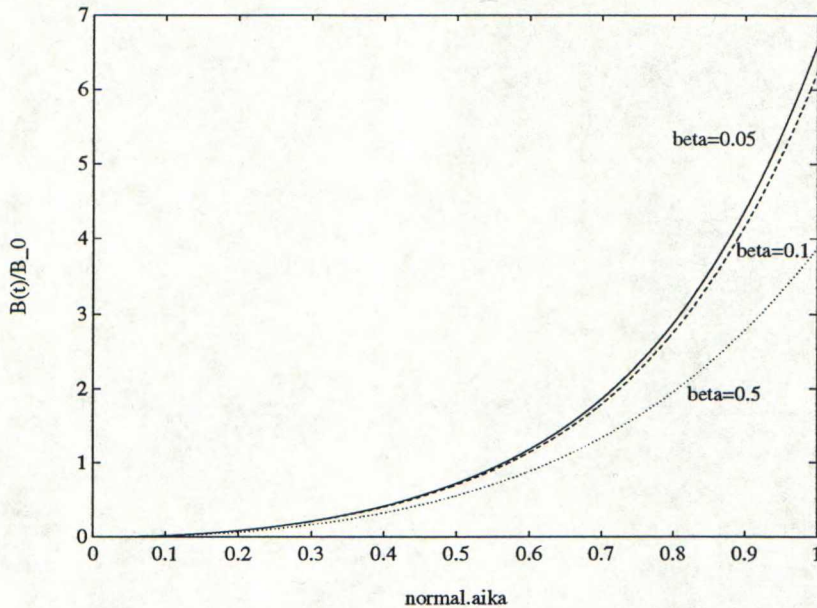
Tämän sijoitus kaavaan (5.87) ja kertoimien c_n ratkaiseminen tuottaa lopulta magneettivuon tiheydelle

$$B = \mathcal{T} - \frac{2\beta\pi^{-1/2}}{3} \mathcal{T}^{\frac{3}{2}} + \left(1 + \frac{\beta^2}{8}\right) \mathcal{T}^2 - \dots, \quad (5.89)$$

ja seuraavien termien kertoimet on laskettavissa rekursiokaavaan avulla

$$c_n = c_{n-2} - c_{n-1} \frac{\beta\Gamma(\frac{n+1}{2})}{2\Gamma(\frac{n+2}{2})}. \quad (5.90)$$

Ratkaisun käyttäytyminen on esitetty eräillä arvoilla kuvassa. Termien kertoimien suuruus kasvaa ja etumerkit vuorottelevat sarjan indeksin kasvaessa, joten ratkaisu ei konvergoi loppuarvolla $\mathcal{T} = 1$ [97]. Tämän vuoksi esitetään seuraavaksi määrättyyn integraaliin perustuva ratkaisu, joka käyttäytyy hyvin arvon $\mathcal{T} = 0$ lähellä.



Kuva 5.15: Normalisoitu magneettivuon tiheys ontelossa, kun potenssisarjaan on otettu 15 termiä.

5.2.6 Magneettikentän ratkaisu integraalin avulla

Kenttä ontelossa

Kaava (5.87) Laplace-muunnetaan, jolloin saadaan

$$\mathcal{L} \left[\frac{dB}{dT} - 1 - B - T \frac{dB}{dT} \right] = \mathcal{L} \left[-\frac{\beta \pi^{-\frac{1}{2}}}{2} \int_0^T \frac{dB}{du} (T-u)^{-\frac{1}{2}} du \right]. \quad (5.91)$$

Tämän vasemmalla puolen viimeisessä termissä tarvitaan muunnosta $\mathcal{L}[tf(t)] = -F'(s)$ ja integraalissa tarpeen on $\mathcal{L} \left[\int_0^t f(t) \right] = F(s)/s$, lisäksi on taas huomattava konvoluutio oikealla puolella. Muuttujien alkaessa loppua merkitään Laplace-muunnettua normalisoitua magneettivuon tiheyttä vastaisuudessa $\mathcal{L}[B] = N$. Näillä merkinnöillä saadaan kaavasta (5.91) manipuloitua

$$\frac{dN}{ds} + \left(1 + \frac{\beta}{2} s^{-\frac{1}{2}} \right) N = \frac{1}{s^2}, \quad (5.92)$$

eli

$$dN = \left[\frac{1}{s^2} - \left(1 + \frac{\beta}{2} s^{-\frac{1}{2}} \right) N \right] ds.$$

Tämä on saatettavissa eksaktiksi differentiaaliyhtälöksi kertomalla kumpaakin puolta yhtälössä integroivalla tekijällä $\exp(s + \beta s^{\frac{1}{2}})$ ja manipuloimalla hiukan, jolloin saadaan

$$\frac{d}{ds} [N \exp(s + \beta s^{\frac{1}{2}})] = \frac{1}{s^2} [\exp(s + \beta s^{\frac{1}{2}})]. \quad (5.93)$$

Saatu yhtälö on ei kuitenkaan ole suoraan integroitavissa N :n ratkaisemiseksi, koska alemmalla rajalla $s = 0$ yhtälön oikealla puolella olevalla integrandilla ja myös itse integraalilla on singulariteetti. Oikeata puolta voi muokata integroitaessa paremmin käyttäytävään muotoon erottamalla pisteen $s = 0$ välitön läheisyys. Tämä tapahtuu vähentämällä integrandista $f(s)$ Taylorin sarjan nollannen kertaluvun termi, joka on kehitetty pisteessä $s = 0$:

$$f(s) - f_0(s = 0) = \frac{1}{s^2} [\exp(s + \beta s^{\frac{1}{2}})] - \frac{1}{s^2} - \frac{\beta}{s^{\frac{3}{2}}} - \frac{(1 + \frac{\beta^2}{2})}{s}.$$

Nyt on myös vastaavat lisätermi vähennettävä myös yhtälön (5.93) vasemmalta puolelta, jolloin saadaan ratkaistavaksi

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} \left[N \exp(s + \beta s^{\frac{1}{2}}) + s^{-1} + 2\beta s^{-\frac{1}{2}} - (1 + \frac{\beta^2}{2}) \ln s \right] = \\ \frac{1}{s^2} \left[\exp(s + \beta s^{\frac{1}{2}}) - 1 - \frac{\beta}{s^{\frac{1}{2}}} - (1 + \frac{\beta^2}{2}) s \right]. \end{aligned} \quad (5.94)$$

Tämä on heti integroitavissa ja N tämän jälkeen ratkaistavissa

$$\begin{aligned} N = \exp(-s - \beta s^{\frac{1}{2}}) \left[C - s^{-1} - 2\beta s^{-\frac{1}{2}} + (1 + \frac{\beta^2}{2}) \ln s \right] \\ + \exp(-s - \beta s^{\frac{1}{2}}) \int_0^s \left[\exp(s' + \beta s'^{\frac{1}{2}}) - 1 - \beta s'^{\frac{1}{2}} - (1 + \frac{\beta^2}{2}) s' \right] s'^{-2} ds', \end{aligned} \quad (5.95)$$

missä C on mielivaltainen integroimisvakio. Tehdään seuraavaksi muuttujanvaihdos $s' = \psi s$, jotta päästäisiin standardiin Laplace-muunnostaulukon muotoon. N voi tämän jälkeen esittää muodossa

$$\begin{aligned} N = \exp(-s) F(s) + \int_0^1 \psi^{-2} s^{-1} \left\{ \exp \left[-s(1 - \psi) - \beta s^{\frac{1}{2}}(1 - \psi^{\frac{1}{2}}) \right] \right. \\ \left. - \exp(-s) G(s, \psi) \right\} d\psi. \end{aligned} \quad (5.96)$$

Nyt termit $F(s)$ ja $G(s, \psi)$ sisältävät paluumuunnokset ovat yhtäsuuria, joten (5.96) saadaan paluumuunnoksen jälkeen muotoon

$$B = \int_0^1 \psi^{-2} \operatorname{erfc} \left[\frac{\beta(1 - \psi^{\frac{1}{2}})}{2\sqrt{T-1+\psi}} \right] U(\psi - (1-T)) d\psi, \quad -a \leq x \leq 0, \quad (5.97)$$

missä erfc on errorfunktion komplementti. Tuloksen (5.97) johtamisessa on tarvittu taulukoituja integraalimuunnoksia (M1), (M2) [102, s. 245]

$$\mathcal{L}^{-1} [e^{-s(1-\psi)} F(s)] = f(t) U(t - (1-\psi)) \quad (M1)$$

$$\mathcal{L}^{-1} [s^{-1} \exp(-\beta s^{\frac{1}{2}}(1 - \psi^{\frac{1}{2}}))] = \operatorname{erfc} \left[\frac{1}{2} \beta(1 - \psi^{\frac{1}{2}}) t^{-\frac{1}{2}} \right] \quad (M2)$$

$$\mathcal{L}^{-1} [s^{-1} \exp(-\beta s^{\frac{1}{2}}(1 - \psi^{\frac{1}{2}} + z/\beta))] = \operatorname{erfc} \left[\frac{1}{2} \beta(1 - \psi^{\frac{1}{2}} + z/\beta) t^{-\frac{1}{2}} \right] \quad (M3)$$

$$\mathcal{L}^{-1} [s^{-\frac{1}{2}} \exp(-\beta s^{\frac{1}{2}}(1 - \psi^{\frac{1}{2}} + z/\beta))] = (\pi t)^{-\frac{1}{2}} \exp \left[-\frac{1}{4} \beta^2 (1 - \psi^{\frac{1}{2}} + z/\beta)^2 / t \right] \quad (M4)$$

Tässä $U(t)$ on yksikköaskelfunktio.

Kenttä vaipassa

Yhtälö (5.97) antaa normalisoidun magneettivuon tiheyden ontelossa, mutta vaipassa on huomioitava yhtälön (5.74) mukaisesti eksponentiaalinen kentän vaimeneminen johteeseen tunkeuduttaessa. Kerrotaan siten (5.96) termillä $\exp \left[-(\mu_0 \sigma s)^{\frac{1}{2}} z \right]$ ja tehdään paluumuunnos. Paluumuunnoksessa on käytettävä ominaisuutta (M3), jolloin vaipassa magneettivuon tiheys on

$$B = \int_{1-T}^1 \psi^{-2} \operatorname{erfc} \left[\frac{\beta(1 - \psi^{\frac{1}{2}} + (\sigma \mu_0)^{\frac{1}{2}} z/a)}{2\sqrt{T-1+\psi}} \right] d\psi, \quad z \geq 0. \quad (5.98)$$

Kenttä tasojen välissä, eli (5.97) saadaan asettamalla yhtälössä (5.98) $z = 0$, jolloin rajapintaehto tietysti toteutuu. Heti voi tarkastella täydellisen vuonpuristumisen tapausta: Kun johtavuus σ lähenee ääretöntä, saadaan tasojen välissä $B \rightarrow T/(1-T)$ ja vaipassa $B \rightarrow 0$, sillä errorfunktion komplementin argumentti lähenee edellisessä tapauksessa nollaa ja jälkimmäisessä tapauksessa ääretöntä.

Magneettikentän maksimi

Suurin saavutettavissa oleva kenttä on hetkellä $\mathcal{T} = 1$, jolloin yhtälö (5.98) sievenee muotoon

$$B(z, 1) = \int_0^1 \psi^{-2} \operatorname{erfc} \left[\frac{\beta(1 - \psi^{\frac{1}{2}} + (\sigma\mu_0)^{\frac{1}{2}} z/a)}{2\sqrt{\psi}} \right] d\psi, \quad z \geq 0. \quad (5.99)$$

Tehdään muuttujanvaihdos $\zeta = \beta(1 - \psi^{\frac{1}{2}} + z/\beta)/(2\sqrt{\psi})$, jolloin (5.99) saadaan muotoon

$$B(z, 1) = \frac{4\beta}{(\beta + z)^2} \int_{z/2}^{\infty} \left(1 + \frac{2\zeta}{\beta}\right) \operatorname{erfc} \zeta d\zeta. \quad (5.100)$$

Tämä on integroitavissa suljetussa muodossa auki [103, s. 30], [104, s. 648]

$$B(z, 1) = \frac{4\beta}{(\beta + (\sigma\mu_0)^{\frac{1}{2}} z)^2} \left[\left(1 + \frac{(\sigma\mu_0)^{\frac{1}{2}} z}{2\beta}\right) \pi^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{((\sigma\mu_0)^{\frac{1}{2}} z)^2}{4}\right) - \left(\frac{(\sigma\mu_0)^{\frac{1}{2}} z}{2} - \frac{1}{2\beta} + \frac{((\sigma\mu_0)^{\frac{1}{2}} z)^2}{4\beta}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{(\sigma\mu_0)^{\frac{1}{2}} z}{2}\right) \right]. \quad (5.101)$$

Suurin kenttä on ontelossa, joten asettamalla $z = 0$, saadaan

$$B(0, 1) = \frac{2}{\beta^2} + \frac{4}{\sqrt{\pi}\beta}. \quad (5.102)$$

Virrantiheys ja sähkökenttä

Vielä ratkaisematta oleva erityisen kiinnostava suure on tietysti virrantiheys, joka saadaan sähkökentän avulla. Sähkökenttien \mathbf{E}^* ja \mathbf{E} Laplace-muunnokset voi laskea magneettivuon tiheydestä yhtälön (5.76) ja (5.96) avulla: Kun $z < 0$,

$$\begin{aligned} \mathbf{E} = & -\left(\frac{1}{\sigma\mu_0}\right)^{\frac{1}{2}} s^{\frac{1}{2}} \left\{ \exp(-s) F(s) \right. \\ & \left. + \int_0^1 \psi^{-2} s^{-\frac{1}{2}} \left\{ \exp\left[-s(1 - \psi) - \beta s^{\frac{1}{2}}(1 - \psi^{\frac{1}{2}})\right] - \exp(-s) G(s, \psi) \right\} d\psi \right\}. \end{aligned} \quad (5.103)$$

Paluumuunnoksessa pätevät samat huomiot kuin yhtälössä (5.96), ja nyt on syytä käyttää kaavaa (M4), jolloin saadaan

$$E(z, \mathcal{T}) = -\left(\frac{1}{\sigma\mu_0\pi}\right)^{\frac{1}{2}} B_0 \sqrt{\frac{v}{a_0}} \int_{1-\mathcal{T}}^1 \frac{1}{\psi^2 \sqrt{\mathcal{T}-1+\psi}} \exp \left[\frac{-\beta^2(1-\psi^{\frac{1}{2}} + (\sigma\mu_0)^{\frac{1}{2}} z/\beta)^2}{4(\mathcal{T}-1+\psi)} \right] d\psi. \quad (5.104)$$

Samalla tavoin edeten voi laskea liikkuvan tason mukana kulkevan E^* , jolle saadaan sama lauseke kuin kentälle E , nyt vain on huomioitava, että z on korvattava kaavan (5.104) oikealla puolella arvolla $-(z+a)$. Virrantiheys on heti laskettavissa

$$|\mathbf{J}(z, t)| = |\sigma \mathbf{E}| = \sigma E(z, \mathcal{T}), \quad z \geq 0 \quad (5.105)$$

$$|\mathbf{J}(z, t)| = |\sigma \mathbf{E}^*| = -\sigma E(-(z+a), \mathcal{T}), \quad z \leq -a. \quad (5.106)$$

Virrantiheys oli (5.59) mukaan sama ei-relativistisilla nopeudella liikkuvassa tasossa ja paikallaan olevassa tasossa. Sähkökenttä liikkuvassa väliaineessa oli \mathbf{E}^* ja jotta tiedettäisiin kuinka suuri tämä termi on paikallaan olevan havainnoitsijan koordinaatistossa mitattuna, on vielä tehtävä muunnos tähän koordinaatistoon yhtälöiden (5.59) avulla:

$$|\mathbf{E}(z, t)| = |\mathbf{E}^* - \mathbf{v} \times \mathbf{B}| = -\mathcal{E}(-(z+a), \mathcal{T}) B_0 \sqrt{v/a_0} - v(B_0 + \mathcal{B} B_0), \quad z \leq -a, \quad (5.107)$$

Ratkaisun täydellisuuden vuoksi on vielä esitettävä kenttä ontelossa, yhtälö (5.83) antaa sähkökentälle lineaarisen riippuvuuden, ja sähkökenttä on kirjoitettavissa tasojen rajapinnoilla esiintyvien sähkökenttien avulla

$$|\mathbf{E}(z, t)| = E(0, t) + \frac{z}{a} [E(0, t) - E(-a, t)], \quad -a \leq z \leq 0 \quad (5.108)$$

Heti on sijoituksilla $z = 0$ ja $z = -a$ tarkistettavissa, että rajapintaehdot toteutuvat.

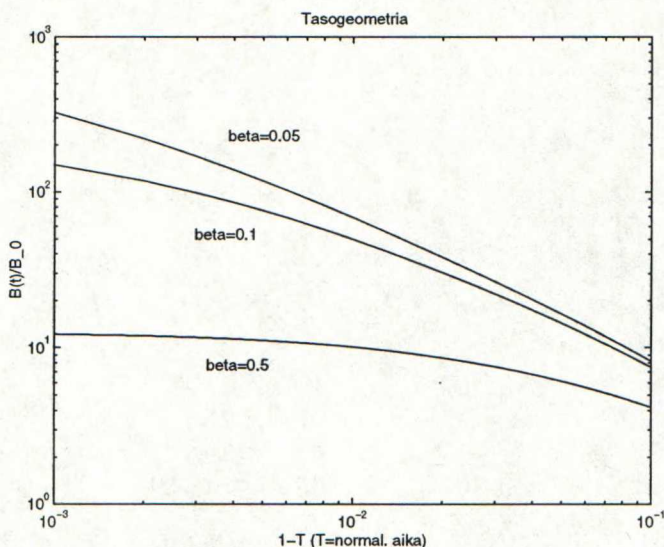
Virrantiheyden maksimi

Suurimmaksi virrantiheydeksi saadaan hetken $\mathcal{T} = 1$ arvo. Tämän sijoitus yhtälöön (5.104) ja yhtälöiden (5.105)-(5.106) käyttö tuottaa

$$|J(z, \mathcal{T} = 1)| = -\left(\frac{\sigma v}{\pi\mu_0 a_0}\right)^{\frac{1}{2}} B_0 \frac{4\beta^2}{(\beta + (\sigma\mu_0)^{\frac{1}{2}} z)^2} \cdot \left[\pi^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\beta^2} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{(\sigma\mu_0)^{\frac{1}{2}} z}{2} \right) + \left(\frac{2}{\beta} + \frac{(\sigma\mu_0)^{\frac{1}{2}} z}{\beta^2} \right) \exp \left(-\frac{(\sigma\mu_0)^{\frac{1}{2}} z^2}{4} \right) \right] \quad (5.109)$$

Parametrien muutoksien vaikutus

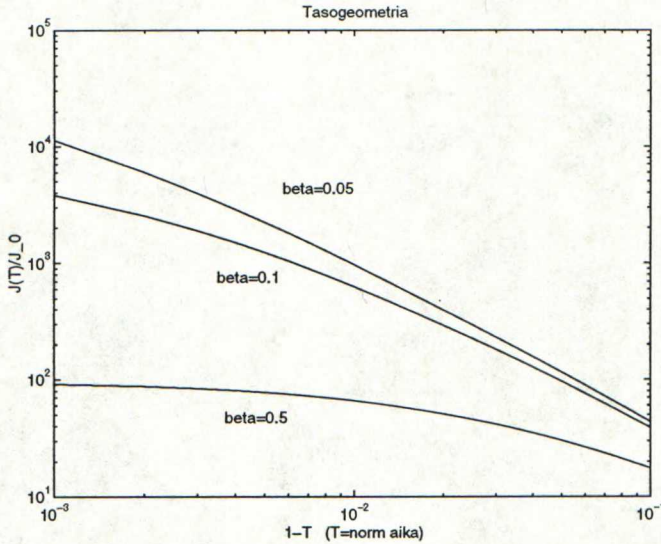
Ratkaisut (5.97)-(5.109) sisältävät parametrin $\beta = 4(\mu_0 \sigma a_0 v)^{-\frac{1}{2}}$, jonka eri arvot lopulta määräävät saavutettavat kentät ja virrat. Termin β mielenkiintoisin muuttuja on nopeus v , jota muuttelemalla voi vaikuttaa huomattavasti β :n arvoon, ja siten saavutettaviin virtoihin ja kenttiin.



Kuva 5.16: Normalisoitu magneettivuon tiheys ontelossa normalisoidun ajan funktiona.

Kuvassa (5.16) on esitetty normalisoitu magneettikenttä ontelossa kun parametrin β arvo muuttuu. Johtavuuden ja permeabiliteetin arvojen muuttaminen on hankalampaa, käytännössä ne kiinnitetään valitsemalla mekaanisilta ominaisuuksiltaan paras metalli vaipaksi.

Virrantiheyden muuttuminen ajan funktiona eri parametreilla β on hyvin hyödyllistä tietää. Kuva (5.17) esittää tätä ominaisuutta aivan vaipan pinnassa. Lisäksi on mielenkiintoista tutkia, millä syvyydellä asti virta vaipassa kulkee, kun parametria β muutetaan. Virrantiheys J vaipassa paikan z funktiona alueella $z \geq 0$ hetkellä $\mathcal{T} = 1$, jolloin virta on suurimmillaan, on esitetty kuvassa (5.18).



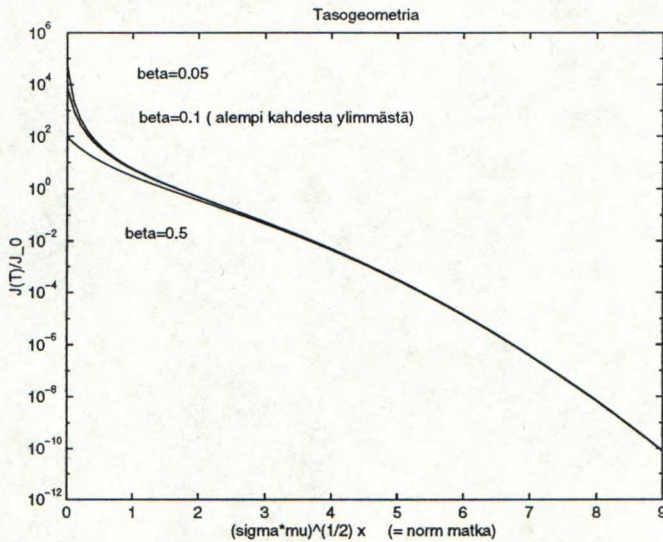
Kuva 5.17: Normalisoitu virrantiheys vaipassa normalisoidun ajan funktiona.

5.2.7 Saavutettavat energiat

Magneettikenttään varastoitunut energia on esitetty kuvassa (5.19). Mallissa esitetyllä tavalla puristuva tasomainen rakenne kärsii todennäköisesti vuon kadosta enemmän kuin sylinterimäinen rakenne, joten vuon karkaamisen vaikutus laskee todellisuudessa varastoituneen energian suuruutta. Kuitenkin kuvasta ilmenee, että tasomainen rakenne pystyy ihanneolosuhteissa varastoi- maan merkittäviä energimääriä lyhyen aikaa.

5.2.8 Huomioita ja rajoituksia

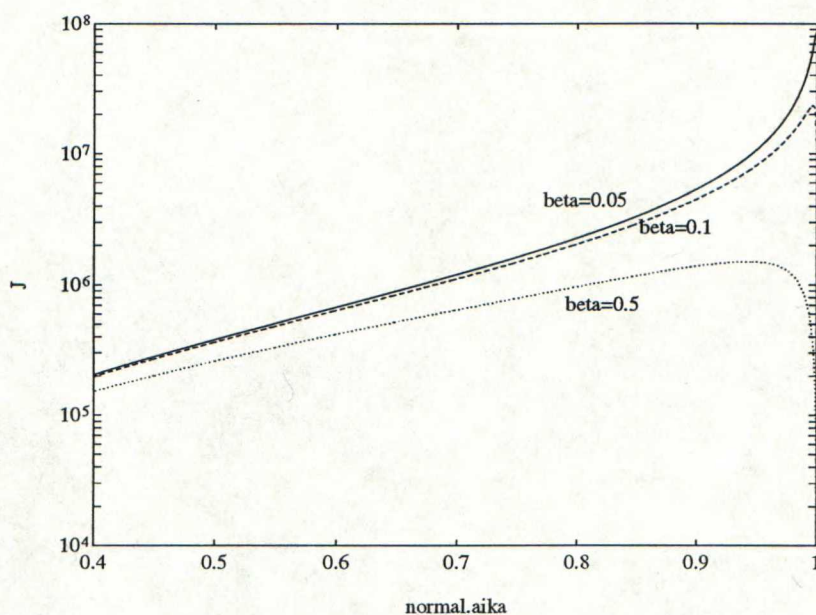
Ratkaistaessa kenttien käyttäytyminen Laplace-muunnoksen avulla ei saada tietoa vaipan dynamiikasta kuten differentiaaliyhtälöryhmän avulla. Rakenteen käyttäytymisen kannalta tärkeä *magnetic-turn-around*-hetki jaa siten tässä analyysissä selvittämättä. Nämä puutteet ratkaisussa ovat selitettävissä vakionopeudella tapahtuvan tasojen välisen ontelon puristumisella, tällöin on ajateltava, että ontelon tilavuutta pienentää niin suuri voima, että ontelossa



Kuva 5.18: Normalisoitu virrantiheys vaipassa paikan funktiona.

olevan magneettikentän aiheuttama laajentava voima on mitätön - tämä ilmenee havainnollisesti kuvassa (5.19), jossa varastoitunut energia lopulta lähenee nollaa tilavuuden kutistuessa.

Tässä menettelyssä on oletettu vakiojohtavuus, joka ei tarkasti ottaen pidä paikkaansa. Johtavuus ei ole sama kuin staattisessa tilassa, ja johtavuutena on käytettävä tehollista arvoa, kuten sylinterimäisen geometrian yhteydessä todettiin.



Kuva 5.19: Tasomaisella magneettivuonpuristajalla saavutettavat magneettikentän energiat. Tässä esimerkissä tason pinta-ala on 1 m^2 ja tasojen väliin injektoitu alkukenttä on 1 T .

6

Johtopäätökset

Jo tutustumalla siihen melkoiseen ja kasvavaan määrään kirjallisuutta, joka suuritehoisen mikroaaltopulssin synnyttämisestä on kirjoitettu, voi sanoa STM-aseiden rakentamisen olevan mahdollista, esimerkkejä toteutustavoista on löydettävissä luvussa (2.2). STM-aseiden käytön tehokkuuteen ei tässä työssä ole pyrittykään etsimään vastauksia, alueen laajuus vaatisi erillisen käsittelyn.

Magneettikenttään varastoituneita energioita tarkasteltaessa osoittautui, että varsin pieneen tilavuuteen voi varastoida hetkellisesti vaikuttavia energiamääriä, suuruudeltaan nämä olivat megajoulesta ylöspäin. Nämä arvot vastaavat muiden tekemiä analyyseja, muun muassa F.Herlachin laskelmissa todettiin, että räjähteen energiasta saadaan 2 % - 4 % käyttökelpoiseksi magneettikentäksi [82, taulukko I], mikä on yhteensopivaa edellämainittujen energiamäärien kanssa, kun otetaan huomioon räjähteiden suuri energiatiheys ($\sim 10 \text{ GJ/m}^3$ [46]). Samassa yhteydessä Herlach laski, että vaipan liike-energiasta 20 %- 36% saadaan magneettikenttään, mikä sopii kokeellisiin tuloksiin, sillä T.Erberin ja kumppanien kokeissa havaittiin vaipan liike-energiasta n. 20 % - 40 % muuttuvan magneettikentän energiaksi [89]. Jos magneettivuonpuristajan varastoima energiamäärä pystytään siirtämään kuormaan sovitetusti, on tehokkaiden kompaktien STM-aseiden, jotka käyvät jopa ohjusten taistelukärkiin ja gravitaatiopommeihin, valmistaminen mahdollista. Teoriassa magneettivuonpuristajasta voisi siis saada energiaa jopa satoja megajouleja [53], mutta kuormana olevan muun STM-laitteiston impedanssin ja räjähtävän teholähteen impedanssin sovittaminen on edelleen suuri ongelma, esimerkiksi A.Ya.Brodskiin

ryhmän käyttämä magneettivuonpuristaja tuotti 2 MJ, mutta mikroaaltosäteilyksi lopulta saatiin vain noin 80 J [53].

Luvun (3) perusteella voi todeta, että kirjallisuudessa (esimerkiksi [2],[105]) esiintyvät kuvaukset räjähteillä kokoon puristettavista pulssigeneraattoreista eivät kuvaa kondensaattorirakenteita, vaan magneettivuon säilymiseen perustuvia rakenteita. Edellä mainitun kaltaiset kondensaattorirakenteet voi siten unohtaa kokonaan.

Magneettivuon säilymiseen perustuvat laitteet kadottavat osan sähköiseen muotoon muuntamastaan energiasta säteilyn muodossa, mutta tämän työn luvuissa (4),(5) käytetyt analyysitavat eivät huomioi säteilyä, koska niissä on oletettu, että magneettikenttä ei muutu paikan funktiona ja että magneettikentän suunta pysyy koko ajan samana. Nämä ovat yleisimmät kirjallisuudessa tavattavat olettamukset, sillä energian hukkaaminen säteilyn muodossa on tehölähdekäytössä huono ominaisuus. Viitteessä [57] esitetty magneettivuon säilymistä hyödyntävien laitteiden käyttö radiotaajuisen säteilyn lähteenä ilman varsinaista "radioputkea" ei sovi hyvin mikroaaltoalueelle, koska tällä tavalla synnytetty säteily on keskittynyt matalille taajuuksille, mutta jos tällä tavalla toimivia säteilylähteitä alkaa ilmestyä käyttöön, on syytä palata aiheeseen uudemman kerran, toivin mukaan tuolloin on julkisesti saatavissa enemmän aineistoa alueelta. On kuitenkin muistettava, että tähän mennessä räjähteitä käyttäviä magneettikenttää muokkaavia rakenteita on raportoitu pääasiassa hyödynnettävän STM-putkien tehölähteinä.

Liite A

Reunaehtoja käsiteltäessä tuli esille, että kahden eri liiketilassa olevan havainnoitsijan kokemat kentät \mathbf{E}, \mathbf{B} eroavat. Tämä on olennaisen tärkeä ominaisuus johdettaessa liikkuvia rakenteita, kuten magneettivuonpuristimia, koskevia tuloksia. Esimerkiksi kaavassa (5.78) esiintyy eri koordinaatistoissa mitattujen kenttien eroavaisuuksia. Nämä eroavaisuudet ovat itse asiassa erikoisen suhteellisuusteorian pienten nopeuksien approksimaatioita, jotka saadaan asettamalla nolllaksi ne Lorentz-muunnettujen kenttien termit, joiden jakajana esiintyy valon nopeus c , mutta asian näkee ilman erikoisen suhteellisuusteorian käsittelyä, kun vaatii että Maxwellin yhtälöt ovat samanmuotoiset vakionopeudella v toistensa suhteen liikkuvissa koordinaatistoissa, nimitetään yksinkertaisuuden vuoksi toista koordinaatistosta paikallaan olevaksi koordinaatistoksi ja toista liikkuvaksi koordinaatistoksi¹: Paikallaan olevassa koordinaatistossa pätee

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{A.1})$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{A.2})$$

ja toisaalta liikkuvassa koordinaatistossa (kuten ontelon vaipan koordinaatistossa) täytyy myös olla voimassa samanmuotoiset yhtälöt

$$\nabla' \times \mathbf{E}^* = -\frac{\partial \mathbf{B}^*}{\partial t'} \quad (\text{A.3})$$

$$\nabla' \times \mathbf{H}^* = \mathbf{J}^* + \frac{\partial \mathbf{D}^*}{\partial t'} \quad (\text{A.4})$$

Jos valitaan esimerkiksi koordinaattiakselit niin, että liikkuvan koordinaatiston ja paikallaan olevan koordinaatiston z -akselit yhtyvät ja liikkuva koordinaa-

¹Kumpi on kumpi on tietenkin samantekevää.

tisto matkaa z -suuntaan jolloin paikallaan olevasta koordinaatistosta katsoen liikkuvan koordinaatiston koordinaatit näyttävät seuraavilta

$$x' = x \quad y' = y \quad z' = z - vt \quad t' = t$$

tällöin

$$\frac{\partial}{\partial x'} = \frac{\partial}{\partial x} \quad \frac{\partial}{\partial y'} = \frac{\partial}{\partial y} \quad \frac{\partial}{\partial z'} = \frac{\partial}{\partial z} \quad \frac{\partial}{\partial t'} = \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial z}$$

Kun koordinaattiakseleiden suuntaa ei erityisesti valita, voi kirjoittaa yleisesti pätevät

$$\begin{aligned} \nabla' &= \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{u}_x + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{u}_y + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{u}_z \\ \frac{d\mathbf{F}(x, y, z, t)}{dt'} &= \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} + \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial t} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial z} \\ &= \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{F} \end{aligned}$$

Tällöin (A.3):n ja (A.4):n saa muotoon

$$\nabla \times \mathbf{E}^* = -\frac{\partial \mathbf{B}^*}{\partial t} - (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{B}^* \quad (\text{A.5})$$

$$\nabla \times \mathbf{H}^* = \mathbf{J}^* + \frac{\partial \mathbf{D}^*}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{D}^* \quad (\text{A.6})$$

Kirjoitetaan termejä hiukan toisin:

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{B}^* = -\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}^*) + \mathbf{v} \nabla \mathbf{B}^* - \mathbf{B}^* \nabla \cdot \mathbf{v} + (\mathbf{B}^* \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}^*)$$

ja

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{D}^* = -\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{D}^*) + \mathbf{v} \nabla \mathbf{D}^* - \mathbf{D}^* \nabla \cdot \mathbf{v} + (\mathbf{D}^* \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{D}^*) + \mathbf{v} \varrho$$

edellisessä on oletettu tutusti, että magneettivarauksia ei ole olemassa ja jälkimmäisessä on oletettu $\nabla \cdot \mathbf{D}^* = \varrho$ eli siten myös $\mathbf{D}^* = \mathbf{D}$. Näin aseistettuna kirjoitetaan (A.5) ja (A.6) uudelleen

$$\nabla \times (\mathbf{E}^* - \mathbf{v} \times \mathbf{B}^*) = -\frac{\partial \mathbf{B}^*}{\partial t} \quad (\text{A.7})$$

$$\nabla \times (\mathbf{H}^* + \mathbf{v} \times \mathbf{D}^*) = \mathbf{J}^* + \frac{\partial \mathbf{D}^*}{\partial t} + \mathbf{v} \varrho \quad (\text{A.8})$$

Kun vertaa (A.1):sta ja (A.7):sta ja toisaalta (A.2):sta ja (A.8):sta voi heti kirjoittaa kenttien muuntumiselle koordinaatistosta toiseen yhtälöt

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^* - \mathbf{v} \times \mathbf{B}^* \quad (\text{A.9})$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}^* \quad (\text{A.10})$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}^* + \mathbf{v} \times \mathbf{D}^* \quad (\text{A.11})$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}^* + \mathbf{v} \rho \quad (\text{A.12})$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^*. \quad (\text{A.13})$$

Kirjallisuus

- [1] Holzer, R, Munro, N. Microwave Weapon Stuns Iraqis. Defense News. 7(1992)16. s. 1 ja s. 52.
- [2] Cook, N. Russia leads in 'pulse' weapons. Jane's Defence Weekly. October 10 (1992) s. 5.
- [3] Baum, C.E. From the Electromagnetic Pulse to High-Power Electromagnetics. Proceedings of the IEEE. 80(1992)6, s. 789-817.
- [4] Swords, S.S. Technical History of the beginnings of RADAR. Lontoo, 1986. Peter Peregrinus. 325 s.
- [5] Felch, K.L (toim.). Special Issue on High-Power Microwave Generation. IEEE Transactions on Plasma Science 13(1985)6.
- [6] Gold ,S.H, Baird, J.M (toim.). Second Special Issue on High-Power Microwave Generation. IEEE Transactions on Plasma Science 16(1988)2.
- [7] Destler, W.W, Levush, B (toim.). Third Special Issue on High-Power Microwave Generation. IEEE Transactions on Plasma Science 18(1990)3.
- [8] Benford, J.N. Swegle, J.A (toim.). Fourth Special Issue on High-Power Microwave Generation. IEEE Transactions on Plasma Science 20(1992)3.
- [9] Granatstein, V.L, Alexeff, I (toim.). High Power Microwave Sources. Norwood, Massachusetts, 1987. Artech House.
- [10] Benford, J, Swegle, J. High-Power Microwaves. Norwood, Massachusetts, 1992. Artec House. 412 s.

- [11] Rawles, J.W. Directed Energy Weapons: Battlefield Beams. *Defense Electronics*. 22(1989)8 s. 47-54.
- [12] Florig, H.K. The future battlefield: a blast of gigawatts? *IEEE Spectrum*. 25(1988)3 s. 50- 54.
- [13] Vaskelainen, L. Ydinräjähdysten synnyttämä sähkömagneettinen pulssi (EMP) ja suojaus sen vaikutuksilta. Espoo 1977, Valtion teknillisen tutkimuskeskuksen teletekniikan laboratorion tiedonanto 22. x
- [14] Rahmat-Samii, Y et al. Canonical Examples of Reflector Antennas for High-Power Microwave Applications. Special Issue on High-Power Microwaves, *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 34(1992)3 s. 197-205.
- [15] Farr, E.G, Buchenauer, C.J. Experimental Validation of IRA Models. *Sensor and Simulation Notes*. Tammikuu 1994.
- [16] Giri, D.V, Baum, C.E. Reflector IRA Design and Boresight Temporal Waveforms. *Sensor and Simulation Notes*. Helmikuu 1994.
- [17] Baum, C.E, Stone, A.P. Transient Lens Synthesis: Differential Geometry in Electromagnetic Theory. New York, 1990, Hemisphere. 176 s.
- [18] Lindell, I.S. *Antenniteoria*. Espoo, 1987. Otakustantamo. 222 s.
- [19] Harmuth, H.F. *Radiation of Nonsinusoidal Electromagnetic Waves*. Boston 1990, Academic Press. 338 s.
- [20] Kato K.G et al. Detailed Spectra of High-Power Broadband Microwave Radiation from Interactions of Relativistic Electron Beams with Weakly magnetized Plasmas. *Physics of Fluids*. 26(1983)12 s.3636-3649.
- [21] DiCapua, M.S et al. Microwave Emission and Beam Propagation Measurements in a High-Power Relativistic Electron Beam-Plasma System. *IEEE Transactions on Plasma Science* 16(1988)2, s. 217-224.
- [22] Lee, C.H. Optical Control of Semiconductor Closing and Opening Switches. *IEEE Transactions on Electron Devices* 37(1990)12, s. 2426-2438.

- [23] Nunnally, W.C. High-Power Microwave Generation Using Optically Activated Semiconductor Switches. IEEE Transactions on Electron Devices 37(1990)12, s. 2439-2448.
- [24] Curry R, et al. The Development and Testing of Subnanosecond-Rise, Kilohertz Oil Switches for the Generation of High Frequency Impulses. IEEE Transactions on Plasma Science 20(1992)3 s. 383-392.
- [25] Taylor, C.D, Giri, D.V. High-Power Microwave Systems and Effects. New York 1994, Hemisphere. 220 s.
- [26] Gaponov-Grekhov A.V, Granatstein V.L. Applications of High-Power Microwaves. Norwood, Massachusetts, 1994. Artec House. 364 s.
- [27] Rostoker, N.(toim). Microwave and Particle Beam Sources and Propagation, Proceedings of SPIE 873(1988).
- [28] Brandt, H.E. (toim.). Microwave and Particle Beam Sources and Directed Energy Concepts, Proceedings of SPIE 1061(1989).
- [29] Brandt, H.E. (toim.). Intense Microwave and Particle Beams, Proceedings of SPIE 1226(1990).
- [30] Brandt, H.E. (toim.). Intense Microwave and Particle Beams II, Proceedings of SPIE 1407(1991).
- [31] Brandt, H.E. (toim.). Intense Microwave and Particle Beams III, Proceedings of SPIE 1629(1992).
- [32] Brau, C.A. Free-Electron Lasers. San Diego, 1990. Academic Press. 420 s.
- [33] Hoeberling, R.F, Fazio, M.V. Advances in Virtual Cathode Microwave Sources. Special Issue on High-Power Microwaves, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility 34(1992)3 s. 252-257. ✕
- [34] Benford, J. Microwave Journal 30(1987)12 s. 97-106.
- [35] Azarkevich, E.I et al. Generation of pulsed microwave radiation using the energy of chemical explosives. Soviet Physics-Doklady 36(1991)7, s. 539-541.

- [36] Mintsev, V.B, Fortov, V.E. Magnetic Flux Compressors for High Power Vircator System. Abstracts of the International Symposium on Electromagnetic Environments and Consequences, Euro Electromagnetics. Bordeaux, Ranska 30.5-4.6.1994. Permanent NEM Committee, IEEE AP-EMC-PSAC-ED Societies, URSI.
- [37] Gorbachev, K.V et al. High Power Microwave Pulses Generation from Vircator with Inductive Storage. Abstracts of the International Symposium on Electromagnetic Environments and Consequences, Euro Electromagnetics. Bordeaux, Ranska 30.5-4.6.1994. Permanent NEM Committee, IEEE AP-EMC-PSAC-ED Societies, URSI.
- [38] Freeman, B.L et al. Magnetic flux compression generator powered electron beam experiments. Proceedings of the Fourth International Conference on Megagauss Magnetic Field Generation and Related Topics, Megagauss Technology and Pulsed Power Applications. Santa Fe, 14-17.7.1986. Air Force Weapons lab., Kurchatov Inst. Atomic Energy, Los Alamos Nat. Lab et al. s. 792-737.
- [39] Giri, D.V, Rahmat-Samii, Y. An Example of a High-Power Microwave System: Mark 0 Phaser. Abstracts of the International Symposium on Electromagnetic Environments and Consequences, Euro Electromagnetics. Bordeaux, Ranska 30.5-4.6.1994. Permanent NEM Committee, IEEE AP-EMC-PSAC-ED Societies, URSI.
- [40] Gaponov, A.V et al. Powerful millimetre-wave gyrotrons. Special issue on gyrotrons, International Journal of Electronics 4(1981)51 s.277-302.
- [41] Granatstein V.L. High average power and high peak power gyrotron: present capabilities and future prospects. Special issue on gyrotrons 3, International Journal of Electronics 57(1984)6 s. 787-799.
- [42] Gold S.H et al. The NRL/SDIO Program in Phase-Locked Gyrotron Oscillators. Microwave and Particle Beam Sources and Directed Energy Concepts, Proceedings of SPIE 1061(1989) s. 201-205.
- [43] Früngel, F.B.A. High Speed Pulse Technology, osat 1-2. New York, 1965, Academic Press. 620 s. ja 475 s.
- [44] Marx, E. Hochspannungspraktikum. Berliini, 1952 2. painos. Springer-Verlag. 264 s.

- [45] Jasper, L.J. Compact Battery/Capacitor Electromagnetic Launcher Testbed. Proceedings of 6 th IEEE Pulsed Power Conference. Arlington 29.6-1.7.1987. IEEE. s. 743 - 748.
- [46] Herlach, F. Explosive-driven energy generators with transformer coupling. Journal of Physics E, Scientific Instruments, 12(1979)5 s. 421-429.
- [47] Terletskii, Ia.P. Production of Very Strong Magnetic Fields of Rapid Compression of Conducting Shells. Journal of Experimental and Theoretical Physics. 5(1957)2 s. 301-302.
- [48] Fowler, C.M et al. Explosively Produced Megagauss Fields and Applications. IEEE Transactions on Magnetics 12(1976)6 s. 1016-1023.
- [49] Fowler, C.M, Caird, R.S. The Mark IX Generator. Proceedings of 7 th IEEE Pulsed Power Conference. Monterey, Kalifornia 11-14.6.1989. IEEE.
- [50] Van Keuren, E, Knighten, J. Electronic Terrorism and Sabotage. EMC Technology 11(1992)2 (sivuja ei mainittu).
- [51] Van Keuren E, Knighten J. Implications of the High-Power Microwave Weapon Threat in Electronic System Design. IEEE 1991 International Symposium on Electromagnetic Compatibility. Cherry Hill, New Jersey 12.8-16.8.1991. IEEE EMC Society. X
- [52] Hebert, J.L et al. Computer Model of Losses in an Explosive Magnetic Flux Compression Generator. Proceedings 6 th IEEE Pulsed Power Conference. Arlington 29.6-1.7.1987. IEEE. s. 401 - 404.
- [53] Brodskii, A. Ya, et al. Conversion of explosive energy into electromagnetic radiation in microwave region. Soviet Physics - Doklady. 35(1990)10. s. 876 - 878.
- [54] Freeman, R.L et al. Explosive-Generator-Powered Vacuum-Power-Flow Experiment. Abstracts of IEEE International Conference on Plasma Science. Seattle 6.6-8.8.1988. IEEE PSAC Society. s. 98.
- [55] Ponomarev, S.M, Nefedov, V.V. Electromagnetic radiation produced as a result of compression of a magnetic flux by a "thin" conducting liner. Soviet Physics - Doklady 33(1988)3 s. 199-201.

- [56] Ponomarev, S.M, Nefedov, V.V. Electromagnetic radiation generated as a result of compression of a magnetic flux by coaxial cylindrical liners. Soviet Physics - Doklady 33(1988)4 s. 251-253.
- [57] Prishchepenko, A.B, Kiseljov, V.V, Kudimov, I.S. Radio Frequency Weapon at the Future Battlefield. Abstracts of the International Symposium on Electromagnetic Environments and Consequences, Euro Electromagnetics. Bordeaux, Ranska 30.5-4.6.1994. Permanent NEM Committee, IEEE AP-EMC-PSAC-ED Societies, URSI.
- [58] Prishchepenko, A.B, Schelkachev, M.V. Dissipative and diffusive losses in a spiral blowup-magnetic generator (venäjäksi). "Elektrishestvo" (1993)8, s. 31-36 (voluumia ei mainittu).
- [59] Barmin A.A et al. Losses of electromagnetic energy in compression of a magnetic field by a shock of the second kind. Fluid Dynamics 23(1988)6 s. 939-942.
- [60] Nagayama, K, Oka, Mashimo, T. Experimental study of a new mechanism of magnetic flux cumulation by the propagation of shock-compressed conductive region in silicon. Journal of Applied Physics 53(1982)4 s. 3029-3033.
- [61] Wilhelm, H.E. Covariant transformations of wave equations for initial-boundary-value problems with moving boundary conditions. Journal of Applied Physics 64(1988)4 s. 1652-1656.
- [62] Wilhelm, H.E, Hasan, M.A. Transformation method for electromagnetic wave problems with moving boundary conditions. Archiv für Elektrotechnik 72(1989)2 s. 165-173.
- [63] Panofsky, W.K.H, Phillips M. Classical Electricity and Magnetism. 2 painos, Reading, Massachusetts 1969. Addison-Wesley. 494 s.
- [64] Konopinski, E.J. Electromagnetic Fields and Relativistic Particles. New York 1981. McGraw-Hill. 629 s.
- [65] Voipio, E. Sähkö- ja magneettikentät. 2. korjattu ja täydennetty painos, Helsinki 1982. Otakustantamo. 388 s.
- [66] Sommerfeld, A. Electrodynamics. New York 1952. Academic Press. 371 s.

- [67] Tai, C.T. Generalized Vector and Dyadic Analysis. New York 1992. IEEE Press. 134 s.
- [68] Tai, C.T. On the Presentation of Maxwell's Theory. Proceedings of the IEEE 60(1972)8, s. 936-945.
- [69] Namias, V. Discontinuity of the electromagnetic fields, potentials, and currents at fixed and moving boundaries. American Journal of Physics 56(1988)10, s. 898-904.
- [70] Costen, R.C, Adamson, D. Three-Dimensional Derivation of the Electrodynamic Jump Conditions and Momentum-Energy Laws at a Moving Boundary. Proceedings of the IEEE 53(1965)9, s. 1181-1196.
- [71] van Bladel, J. Relativity and Engineering. Berliini 1984 Springer-Verlag. 402 s.
- [72] Erber, T, Latal, H.G. Flux Compression theories. Reports on Progress in Physics 33(1970) s. 1069-1127. (numeroa ei ilmoitettu)
- [73] Wilhelm, H.E. Hyberbolic theory of electromagnetic cumulation in cylindrical liner implosions. Physical Review A 27(1983)3 s.1515-1522.
- [74] Wilhelm, H.E. Hyberbolic Initial-Boundary-Value Problem for Magnetic Flux Compression by Plane Liners. Applied Physics B 31(1983)2 s. 173-177.
- [75] Wilhelm, H.E. Electromagnetic induction in accelerated conductors. Physical Review A 25(1982)6 s. 2913-2922.
- [76] Fowler, C.M, Garn, W.B, Caird, R.S. Production of Very High Magnetic Fields by Implosion. Journal of Applied Physics 31(1960) 3, s. 588-595.
- [77] Shearer, J.W et al. Explosive-Driven Magnetic-Field Compression Generators. Journal of Applied Physics 39(1968) 4, s. 2102-2116.
- [78] Whittaker, E.T, Watson G.N. A Course of Modern Analysis. 4. painos, Cambridge 1927. The Syndics of The Cambridge University Press.
- [79] Cheng, D.K. Field and Wave Electromagnetics. 2. painos, Reading, Massachusetts 1989. Addison-Wesley. s. 703.

- [80] Lindell, I, Sihvola, A. Staattinen Kenttäteoria -luentomoniste. Espoo, 1993. TKK Offset. 215 s.
- [81] Vuolio R. Räjätystyöt. Helsinki, 1991, 3.painos. Suomen Maanrakentajien Keskusliitto. 318 s.
- [82] Herlach, F. Flux Loss and Energy Balance in Magnetic Flux-Compression Experiments. Journal of Applied Physics 39(1968)11 s. 5191-5204.
- [83] Latal, H.G. Seed Field Diffusion Through Liners. Acta Physica Austriaca 22(1966)3 s.284-296.
- [84] Lewin, J.D, Smith, P.F. Production of Very High Magnetic Fields by Flux Compression. The Review of Scientific Instruments 35(1964)5 s. 541-548.
- [85] Erber, T et al. Analysis of Flux Compression Experiments I. Acta Physica Austriaca 36(1972)2,s. 171-197.
- [86] Erber, T et al. Analysis of Flux Compression Experiments II. Acta Physica Austriaca 36(1972)3,s. 257-280.
- [87] Wilhelm, H.E. Electric and Magnetic flux compression theory for arbitrary large liner velocities. Journal of Applied Physics 60(1986)7, s. 2583-2588.
- [88] Erber, T, Latal, H.G, Urban, P. Fourieranalyse von Flußkompressionfeldern. Acta Physica Austriaca 34(1971)2, s. 337-344.
- [89] Erber, T et al. Analysis of Flux Compression Experiments III. Acta Physica Austriaca 36(1972)4, s. 316-353.
- [90] Sakharov, A.D et al. Soviet Physics-Doklady 10(1966)11,s. 1045 - 1047.
- [91] Plyashkevich L.N, Zhil'tsova I.L, Rymar' O.V. Simulation of a magnetocumulative generator with transformer energy output. Electrical World (1993)3 s. 15-22.
- [92] Lehner, G, Linhart J.G, Somon J.P. Limitations on magnetic fields obtained by flux-compression: I. Nuclear Fusion 4(1964)3, s. 362-379.

- [93] Kittel, C. Introduction to Solid State Physics. 3. painos, New York, 1966. John Wiley & Sons. 648 s.
- [94] Jackson, J.D. Classical Electrodynamics. New York, 1975. John Wiley & Sons. 848 s.
- [95] Davis, H.T. Introduction to Nonlinear and Differential and Integral Equations. U.S.A, 1960. United States Atomic Energy Commission. 566 s.
- [96] Herlach, F. Megagauss Magnetic Fields. Reports on Progress in Physics. 31(1968) s.341-417.
- [97] Paton, A, Millar, W. Compression of Magnetic Field Between Two Semi-Infinite Slabs of Constant Conductivity. Journal of Applied Physics 35(1964)4, s. 1141-1146.
- [98] Wilhelm, H.E. Electromagnetic Induction in Conductors Accelerated in Magnetic Fields Amplified by Flux Compression. Applied Physics B 31(1983)1, s. 107-113.
- [99] Moffatt, H.K. Magnetic Field Generation in Electrically Conducting Fluids. Cambridge, 1978. Cambridge University Press. 343 s.
- [100] Landau L.D, Lifshitz, E.M, Pitaevskiĭ, L.P. Electrodynamics of Continuous Media. 2. korjattu painos. Oxford, 1993. Pergamon Press. 460 s.
- [101] Moreau, R. Magnetohydrodynamics. Dordrecht, 1990. Kluwer Academic Publishers. 313 s.
- [102] Erdélyi, A et al. (toim). Tables of Integral Transforms, Bateman Manuscript Project, Volume 1. New York, 1954. McGraw-Hill. 391 s.
- [103] Prudnikov, A.P, Brychkov, Yu.A, Marichev, O.I. Integrals and Series, Volume 2: Special Functions. New York, 1986. Gordon and Breach Science Publishers. 750 s.
- [104] Gradshteyn, I.S, Ryzhik, I.M. Table of Integrals, Series and Products. Laajennettu ja korjattu painos, New York 1980. Academic Press. 1160 s.

- [105] Wik, M.W. Högenergetiska pulsade mikrovågsvapen (HPM) -Blixt Gordon-fantasier eller skrämmande verklighet? Militäriskt Tidsskrift 58(1989)3 s. 19-25.